




A photograph of a dense forest of tall, slender trees, likely redwoods or sequoias. The trees are arranged in a grid-like pattern, creating a sense of depth. The ground is covered in lush green ferns and other vegetation. A bright sun flare is visible in the center of the image, casting a warm glow over the scene.

# Limite locale des arbres de MalloWS

Benoît Corsini



# Sommaire

-  Arbres de Mallows
-  Limite locale
-  Arbres toujours verts
-  Limites d'échelle

# Sommaire

-  Arbres de Mallows
-  Limite locale
-  Arbres toujours verts
-  Limites d'échelle

# Arbres binaires de recherche

# Arbres binaires de recherche

Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :

# Arbres binaires de recherche

Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :

- Insers  $x_1$  à la racine.



# Arbres binaires de recherche

Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :

- Insers  $x_1$  à la racine.
- Insers  $x_i$  dans le premier espace disponible de l'arbre en suivant la règle que  $x_i$  descend à gauche (droite) si il est plus petit (grand) que la valeur actuelle du noeud.

# Arbres binaires de recherche

Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :

- Insers  $x_1$  à la racine.
- Insers  $x_i$  dans le premier espace disponible de l'arbre en suivant la règle que  $x_i$  descend à gauche (droite) si il est plus petit (grand) que la valeur actuelle du noeud.

→  $x = (4, 1, 8, 6, 9)$

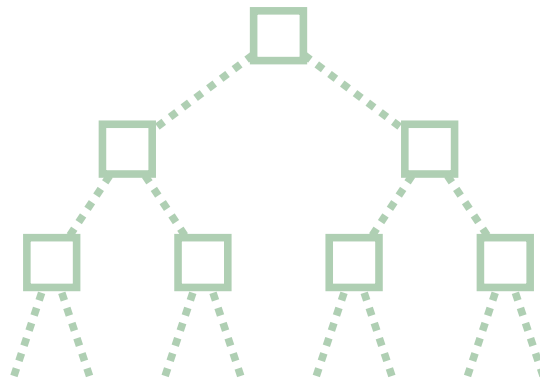


# Arbres binaires de recherche

Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :

- Insers  $x_1$  à la racine.
- Insers  $x_i$  dans le premier espace disponible de l'arbre en suivant la règle que  $x_i$  descend à gauche (droite) si il est plus petit (grand) que la valeur actuelle du noeud.

→  $x = (4, 1, 8, 6, 9)$

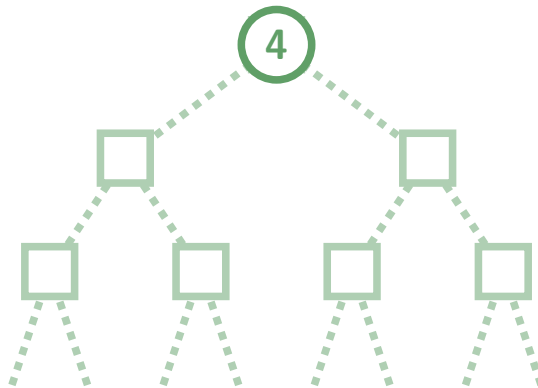


# Arbres binaires de recherche

Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :

- Insers  $x_1$  à la racine.
- Insers  $x_i$  dans le premier espace disponible de l'arbre en suivant la règle que  $x_i$  descend à gauche (droite) si il est plus petit (grand) que la valeur actuelle du noeud.

→  $x = (4, 1, 8, 6, 9)$

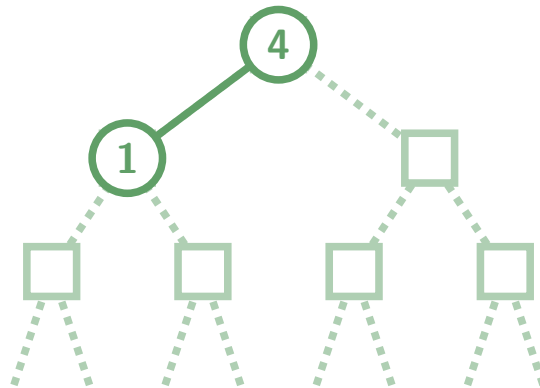


# Arbres binaires de recherche

Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :

- Insers  $x_1$  à la racine.
- Insers  $x_i$  dans le premier espace disponible de l'arbre en suivant la règle que  $x_i$  descend à gauche (droite) si il est plus petit (grand) que la valeur actuelle du noeud.

→  $x = (4, 1, 8, 6, 9)$



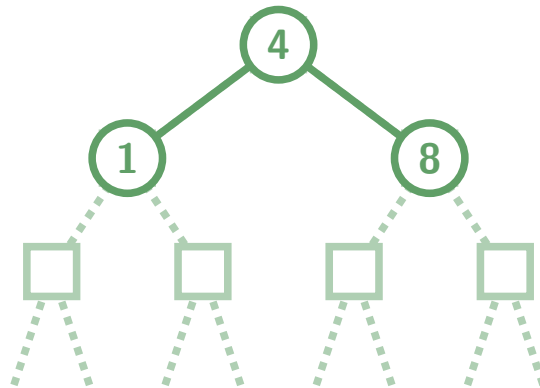


# Arbres binaires de recherche

Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :

- Insers  $x_1$  à la racine.
- Insers  $x_i$  dans le premier espace disponible de l'arbre en suivant la règle que  $x_i$  descend à gauche (droite) si il est plus petit (grand) que la valeur actuelle du noeud.

→  $x = (4, 1, 8, 6, 9)$

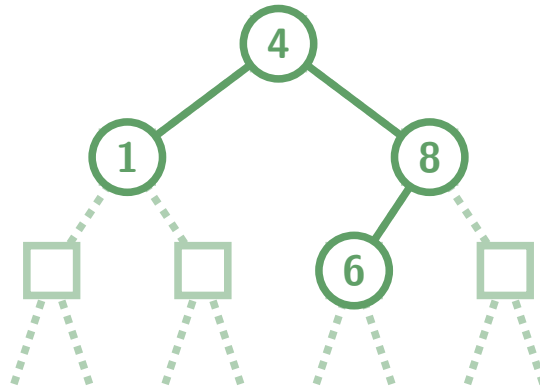


# Arbres binaires de recherche

Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :

- Insers  $x_1$  à la racine.
- Insers  $x_i$  dans le premier espace disponible de l'arbre en suivant la règle que  $x_i$  descend à gauche (droite) si il est plus petit (grand) que la valeur actuelle du noeud.

→  $x = (4, 1, 8, 6, 9)$

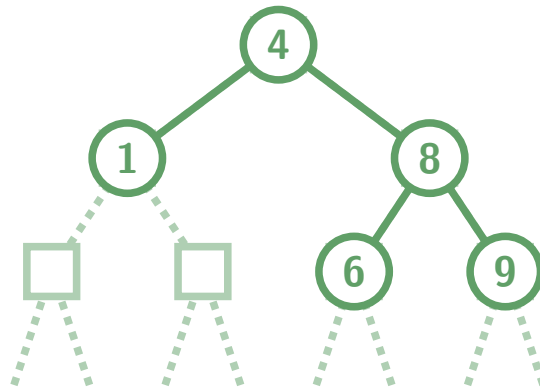


# Arbres binaires de recherche

Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :

- Insers  $x_1$  à la racine.
- Insers  $x_i$  dans le premier espace disponible de l'arbre en suivant la règle que  $x_i$  descend à gauche (droite) si il est plus petit (grand) que la valeur actuelle du noeud.

→  $x = (4, 1, 8, 6, 9)$



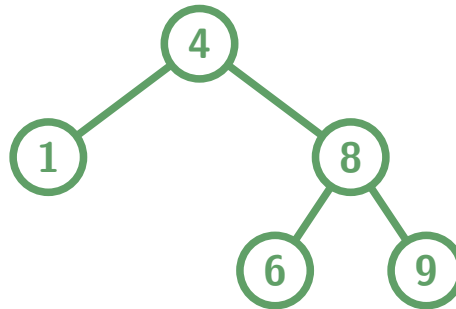


# Arbres binaires de recherche

Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :

- Insers  $x_1$  à la racine.
- Insers  $x_i$  dans le premier espace disponible de l'arbre en suivant la règle que  $x_i$  descend à gauche (droite) si il est plus petit (grand) que la valeur actuelle du noeud.

→  $x = (4, 1, 8, 6, 9)$



# Propriétés

Les arbres binaires de recherche ont quelques propriétés utiles à connaître :



Les arbres binaires de recherche ont quelques propriétés utiles à connaître :

- Il est possible de les étendre au cas des suites infinies :  $x = (x_1, \dots, x_n, \dots) = (x_i)_{i \geq 1}$ .

Les arbres binaires de recherche ont quelques propriétés utiles à connaître :

- Il est possible de les étendre au cas des suites infinies :  $x = (x_1, \dots, x_n, \dots) = (x_i)_{i \geq 1}$ .
- Leur branche droite correspond aux records de la suite :  $\{i : \forall j < i, x_i > x_j\}$ .

Les arbres binaires de recherche ont quelques propriétés utiles à connaître :

- Il est possible de les étendre au cas des suites infinies :  $x = (x_1, \dots, x_n, \dots) = (x_i)_{i \geq 1}$ .
- Leur branche droite correspond aux records de la suite :  $\{i : \forall j < i, x_i > x_j\}$ .
- Quand  $x$  est une suite infinie d'entiers positifs, l'arbre a une branche droite infinie.



Les arbres binaires de recherche ont quelques propriétés utiles à connaître :

- Il est possible de les étendre au cas des suites infinies :  $x = (x_1, \dots, x_n, \dots) = (x_i)_{i \geq 1}$ .
- Leur branche droite correspond aux records de la suite :  $\{i : \forall j < i, x_i > x_j\}$ .
- Quand  $x$  est une suite infinie d'entiers positifs, l'arbre a une branche droite infinie.

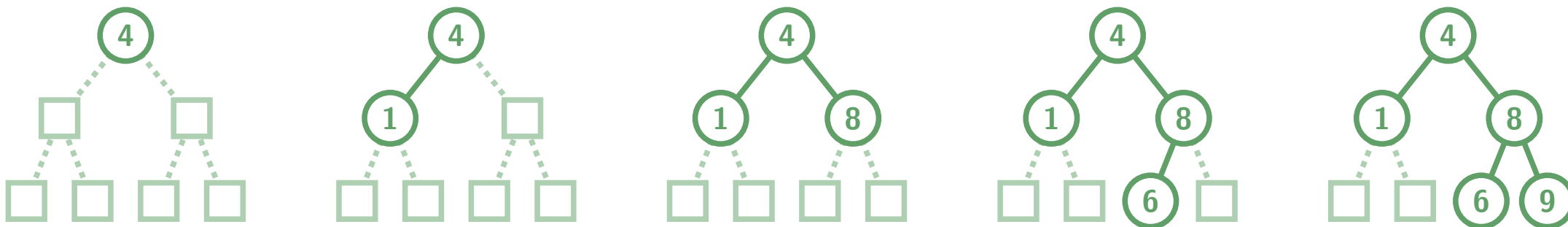
→  $x = (4, 1, 8, 6, 9)$

# Propriétés

Les arbres binaires de recherche ont quelques propriétés utiles à connaître :

- Il est possible de les étendre au cas des suites infinies :  $x = (x_1, \dots, x_n, \dots) = (x_i)_{i \geq 1}$ .
- Leur branche droite correspond aux records de la suite :  $\{i : \forall j < i, x_i > x_j\}$ .
- Quand  $x$  est une suite infinie d'entiers positifs, l'arbre a une branche droite infinie.

→  $x = (4, 1, 8, 6, 9)$

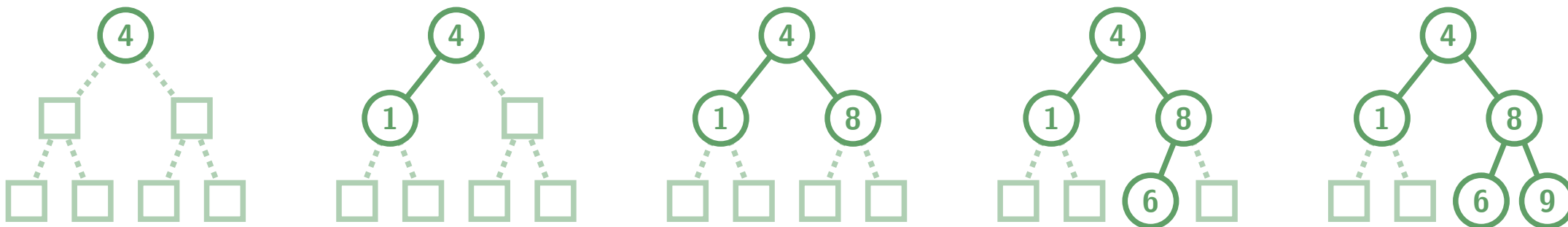


# Propriétés

Les arbres binaires de recherche ont quelques propriétés utiles à connaître :

- Il est possible de les étendre au cas des suites infinies :  $x = (x_1, \dots, x_n, \dots) = (x_i)_{i \geq 1}$ .
- Leur branche droite correspond aux records de la suite :  $\{i : \forall j < i, x_i > x_j\}$ .
- Quand  $x$  est une suite infinie d'entiers positifs, l'arbre a une branche droite infinie.

→  $x = (4, 1, 8, 6, 9, \dots)$



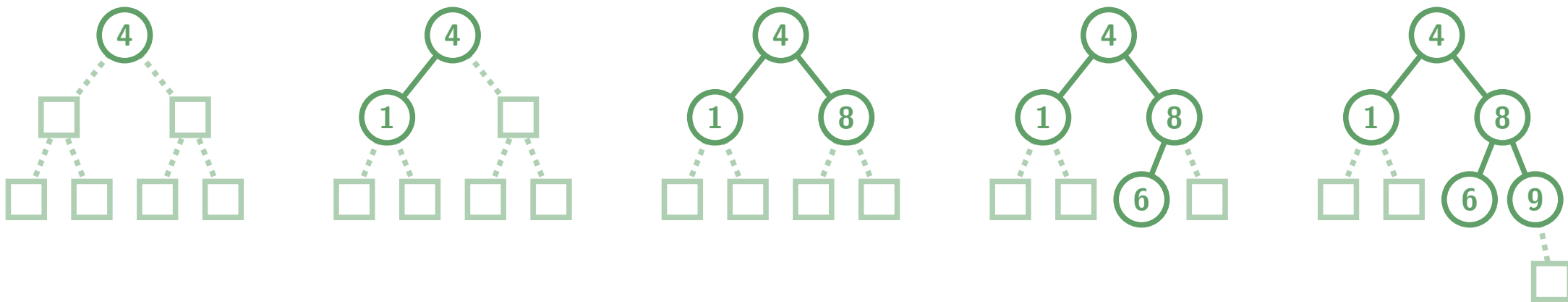


# Propriétés

Les arbres binaires de recherche ont quelques propriétés utiles à connaître :

- Il est possible de les étendre au cas des suites infinies :  $x = (x_1, \dots, x_n, \dots) = (x_i)_{i \geq 1}$ .
- Leur branche droite correspond aux records de la suite :  $\{i : \forall j < i, x_i > x_j\}$ .
- Quand  $x$  est une suite infinie d'entiers positifs, l'arbre a une branche droite infinie.

→  $x = (4, 1, 8, 6, 9, \dots)$



# Permutations de Mallows

## Définition

Une permutation de Mallows  $X_{n,q}$  avec paramètres  $n \in \mathbb{N}$  et  $q \in [0, \infty)$  est une permutation aléatoire dont la distribution est

$$\mathbb{P}(X_{n,q} = \sigma) = \frac{q^{\text{Inv}(\sigma)}}{\prod_{k=1}^n (1 + q + \dots + q^{k-1})} \propto q^{\text{Inv}(\sigma)},$$

la fonction  $\text{Inv}(\sigma) = |\{i < j : \sigma(i) > \sigma(j)\}|$  comptant le nombre d'inversions de  $\sigma$ .



## Définition

Une permutation de Mallows  $X_{n,q}$  avec paramètres  $n \in \mathbb{N}$  et  $q \in [0, \infty)$  est une permutation aléatoire dont la distribution est

$$\mathbb{P}(X_{n,q} = \sigma) = \frac{q^{\text{Inv}(\sigma)}}{\prod_{k=1}^n (1 + q + \dots + q^{k-1})} \propto q^{\text{Inv}(\sigma)},$$

la fonction  $\text{Inv}(\sigma) = |\{i < j : \sigma(i) > \sigma(j)\}|$  comptant le nombre d'inversions de  $\sigma$ .

→ Lorsque  $q = 1$ ,  $X_{n,q}$  est une permutation uniforme de taille  $n$ .

## Définition

Une permutation de Mallows  $X_{n,q}$  avec paramètres  $n \in \mathbb{N}$  et  $q \in [0, \infty)$  est une permutation aléatoire dont la distribution est

$$\mathbb{P}(X_{n,q} = \sigma) = \frac{q^{\text{Inv}(\sigma)}}{\prod_{k=1}^n (1 + q + \dots + q^{k-1})} \propto q^{\text{Inv}(\sigma)},$$

la fonction  $\text{Inv}(\sigma) = |\{i < j : \sigma(i) > \sigma(j)\}|$  comptant le nombre d'inversions de  $\sigma$ .

- Lorsque  $q = 1$ ,  $X_{n,q}$  est une permutation uniforme de taille  $n$ .
- Lorsque  $q = 0$ ,  $X_{n,q}$  est l'identité avec probabilité 1.

## Définition

Une permutation de Mallows  $X_{n,q}$  avec paramètres  $n \in \mathbb{N}$  et  $q \in [0, \infty)$  est une permutation aléatoire dont la distribution est

$$\mathbb{P}(X_{n,q} = \sigma) = \frac{q^{\text{Inv}(\sigma)}}{\prod_{k=1}^n (1 + q + \dots + q^{k-1})} \propto q^{\text{Inv}(\sigma)},$$

la fonction  $\text{Inv}(\sigma) = |\{i < j : \sigma(i) > \sigma(j)\}|$  comptant le nombre d'inversions de  $\sigma$ .

- Lorsque  $q = 1$ ,  $X_{n,q}$  est une permutation uniforme de taille  $n$ .
- Lorsque  $q = 0$ ,  $X_{n,q}$  est l'identité avec probabilité 1.
- Lorsque  $q \in (0, 1)$ ,  $X_{n,q}$  a tendance à être "ordonnée".



## Définition

Une permutation de Mallows  $X_{n,q}$  avec paramètres  $n \in \mathbb{N}$  et  $q \in [0, \infty)$  est une permutation aléatoire dont la distribution est

$$\mathbb{P}(X_{n,q} = \sigma) = \frac{q^{\text{Inv}(\sigma)}}{\prod_{k=1}^n (1 + q + \dots + q^{k-1})} \propto q^{\text{Inv}(\sigma)},$$

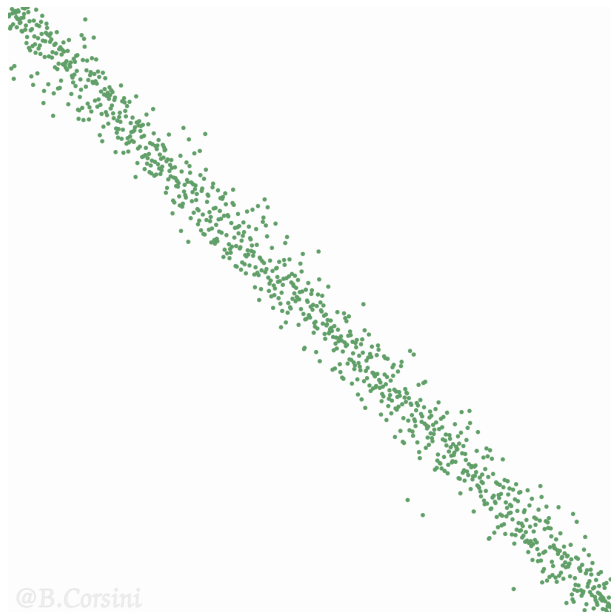
la fonction  $\text{Inv}(\sigma) = |\{i < j : \sigma(i) > \sigma(j)\}|$  comptant le nombre d'inversions de  $\sigma$ .

- Lorsque  $q = 1$ ,  $X_{n,q}$  est une permutation uniforme de taille  $n$ .
- Lorsque  $q = 0$ ,  $X_{n,q}$  est l'identité avec probabilité 1.
- Lorsque  $q \in (0, 1)$ ,  $X_{n,q}$  a tendance à être "ordonnée".
- Nous allons nous restreindre au cas  $q \in [0, 1)$ .

# Arbres de Mallows

**Q:** Que se passe-t-il lorsqu'on considère l'arbre binaire de recherche d'une permutation de Mallows ?

**Q:** Que se passe-t-il lorsqu'on considère l'arbre binaire de recherche d'une permutation de Mallows ?

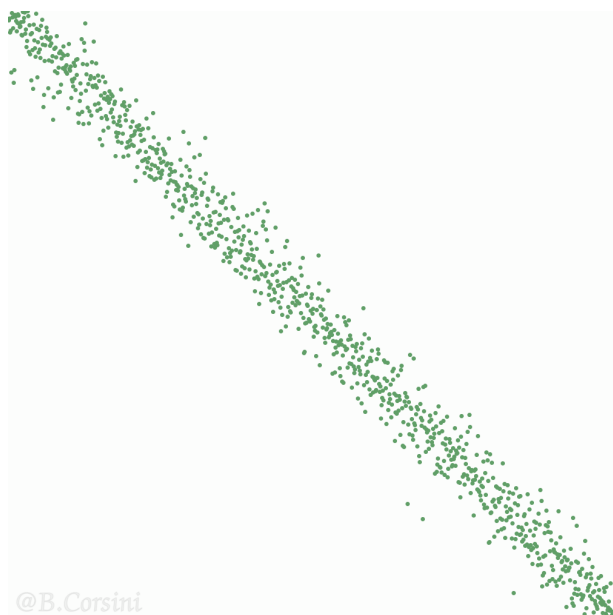


Permutation de Mallows

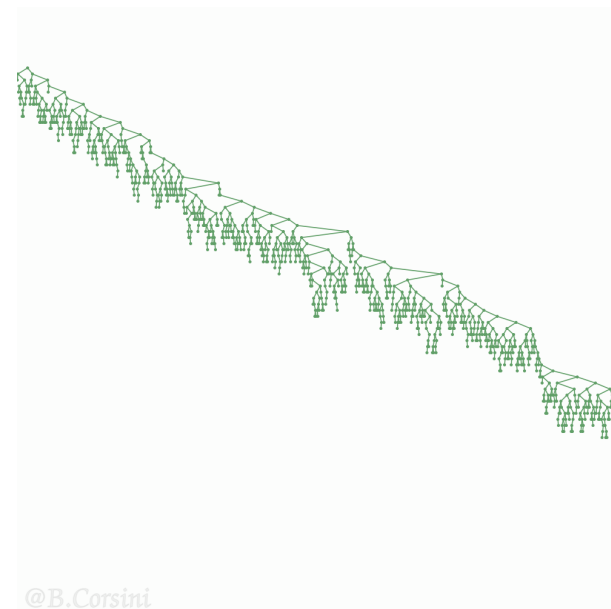


# Arbres de Mallows

Q: Que se passe-t-il lorsqu'on considère l'arbre binaire de recherche d'une permutation de Mallows ?



Permutation de Mallows



Arbre de Mallows

# Construction

Malgré leur définition complexe, les arbres de Mallows se construisent très facilement itérativement :

Malgré leur définition complexe, les arbres de Mallows se construisent très facilement itérativement :

- La taille  $S$  du premier sous-arbre gauche est géométrique conditionné à être dans  $[0, n - 1]$ :

$$\mathbb{P}(S = k) = \frac{q^k(1 - q)}{1 - q^n}.$$



Malgré leur définition complexe, les arbres de Mallows se construisent très facilement itérativement :

- La taille  $S$  du premier sous-arbre gauche est géométrique conditionné à être dans  $[0, n - 1]$ :

$$\mathbb{P}(S = k) = \frac{q^k(1 - q)}{1 - q^n}.$$

- Le premier sous-arbre droit est composé des autres  $n - 1 - S$  noeuds.

Malgré leur définition complexe, les arbres de Mallows se construisent très facilement itérativement :

- La taille  $S$  du premier sous-arbre gauche est géométrique conditionné à être dans  $[0, n - 1]$ :

$$\mathbb{P}(S = k) = \frac{q^k(1 - q)}{1 - q^n}.$$

- Le premier sous-arbre droit est composé des autres  $n - 1 - S$  noeuds.
- Ces deux sous-arbres sont des arbres de Mallows avec paramètre  $q$ .

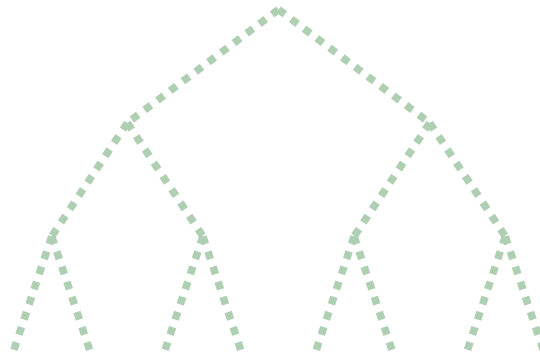
# Construction

Malgré leur définition complexe, les arbres de Mallows se construisent très facilement itérativement :

- La taille  $S$  du premier sous-arbre gauche est géométrique conditionné à être dans  $[0, n - 1]$ :

$$\mathbb{P}(S = k) = \frac{q^k(1 - q)}{1 - q^n}.$$

- Le premier sous-arbre droit est composé des autres  $n - 1 - S$  noeuds.
- Ces deux sous-arbres sont des arbres de Mallows avec paramètre  $q$ .



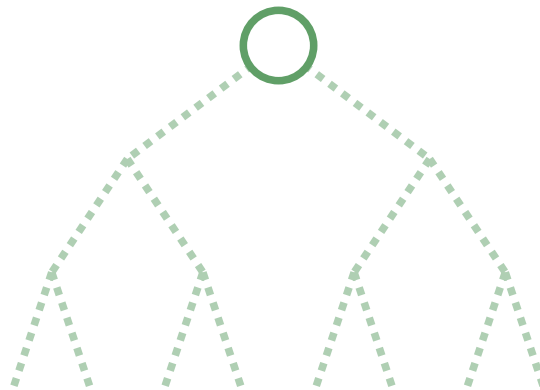
# Construction

Malgré leur définition complexe, les arbres de Mallows se construisent très facilement itérativement :

- La taille  $S$  du premier sous-arbre gauche est géométrique conditionné à être dans  $[0, n - 1]$ :

$$\mathbb{P}(S = k) = \frac{q^k(1 - q)}{1 - q^n}.$$

- Le premier sous-arbre droit est composé des autres  $n - 1 - S$  noeuds.
- Ces deux sous-arbres sont des arbres de Mallows avec paramètre  $q$ .





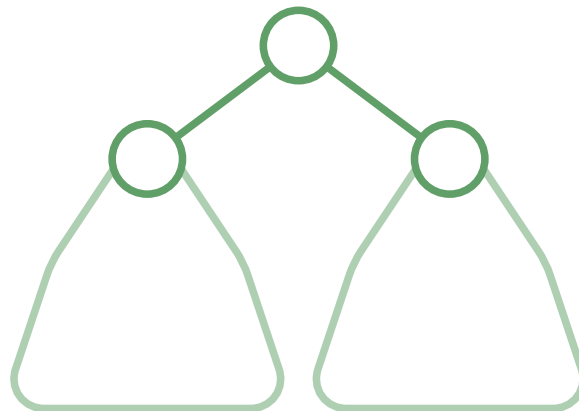
# Construction

Malgré leur définition complexe, les arbres de Mallows se construisent très facilement itérativement :

- La taille  $S$  du premier sous-arbre gauche est géométrique conditionné à être dans  $[0, n - 1]$ :

$$\mathbb{P}(S = k) = \frac{q^k(1 - q)}{1 - q^n}.$$

- Le premier sous-arbre droit est composé des autres  $n - 1 - S$  noeuds.
- Ces deux sous-arbres sont des arbres de Mallows avec paramètre  $q$ .



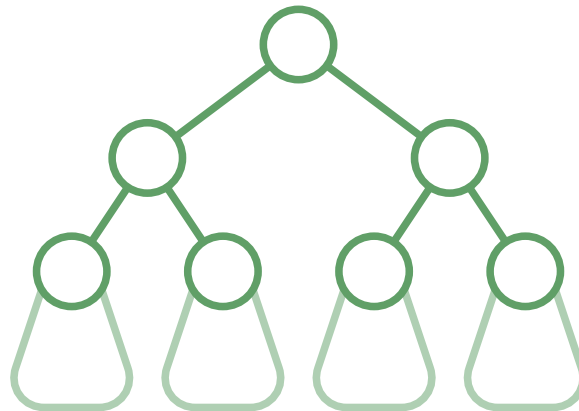
# Construction

Malgré leur définition complexe, les arbres de Mallows se construisent très facilement itérativement :

- La taille  $S$  du premier sous-arbre gauche est géométrique conditionné à être dans  $[0, n - 1]$ :

$$\mathbb{P}(S = k) = \frac{q^k(1 - q)}{1 - q^n}.$$

- Le premier sous-arbre droit est composé des autres  $n - 1 - S$  noeuds.
- Ces deux sous-arbres sont des arbres de Mallows avec paramètre  $q$ .



# Construction (approximative)

# Construction (approximative)

Il est possible de construire une approximation d'arbre de Mallows comme suit.



# Construction (approximative)

Il est possible de construire une approximation d'arbre de Mallows comme suit.

- Commence avec une variable géométrique  $G$  satisfaisant  $\mathbb{P}(G = k) = q^k(1 - q)$ .

# Construction (approximative)

Il est possible de construire une approximation d'arbre de Mallows comme suit.

- Commence avec une variable géométrique  $G$  satisfaisant  $\mathbb{P}(G = k) = q^k(1 - q)$ .
- Créé un arbre de Mallows de taille  $G$  et paramètre  $q$ .

# Construction (approximative)

Il est possible de construire une approximation d'arbre de Mallows comme suit.

- Commence avec une variable géométrique  $G$  satisfaisant  $\mathbb{P}(G = k) = q^k(1 - q)$ .
- Créé un arbre de Mallows de taille  $G$  et paramètre  $q$ .
- Attache cet arbre à gauche de la racine.

# Construction (approximative)

Il est possible de construire une approximation d'arbre de Mallows comme suit.

- Commence avec une variable géométrique  $G$  satisfaisant  $\mathbb{P}(G = k) = q^k(1 - q)$ .
- Créé un arbre de Mallows de taille  $G$  et paramètre  $q$ .
- Attache cet arbre à gauche de la racine.
- Répète les opérations précédentes pour le sous-arbre droit jusqu'à ce que l'arbre ait  $n$  noeuds.



# Construction (approximative)

Il est possible de construire une approximation d'arbre de Mallows comme suit.

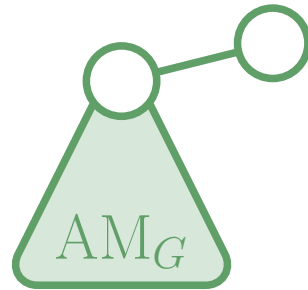
- Commence avec une variable géométrique  $G$  satisfaisant  $\mathbb{P}(G = k) = q^k(1 - q)$ .
- Créé un arbre de Mallows de taille  $G$  et paramètre  $q$ .
- Attache cet arbre à gauche de la racine.
- Répète les opérations précédentes pour le sous-arbre droit jusqu'à ce que l'arbre ait  $n$  noeuds.



# Construction (approximative)

Il est possible de construire une approximation d'arbre de Mallows comme suit.

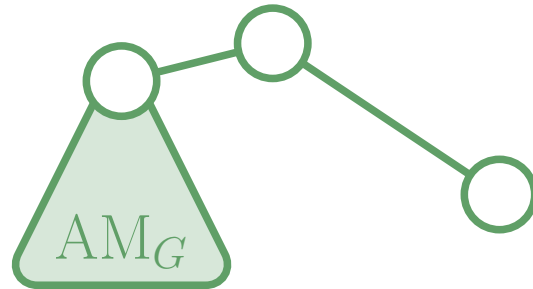
- Commence avec une variable géométrique  $G$  satisfaisant  $\mathbb{P}(G = k) = q^k(1 - q)$ .
- Créé un arbre de Mallows de taille  $G$  et paramètre  $q$ .
- Attache cet arbre à gauche de la racine.
- Répète les opérations précédentes pour le sous-arbre droit jusqu'à ce que l'arbre ait  $n$  noeuds.



# Construction (approximative)

Il est possible de construire une approximation d'arbre de Mallows comme suit.

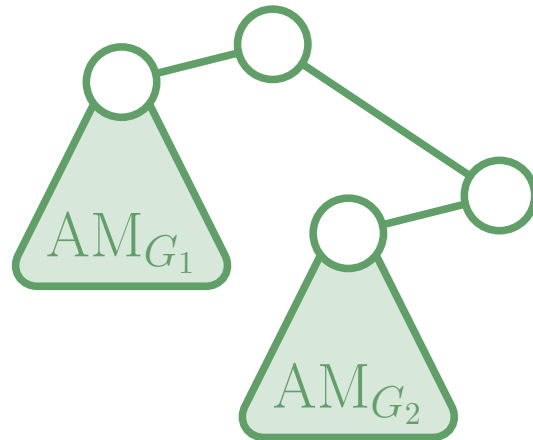
- Commence avec une variable géométrique  $G$  satisfaisant  $\mathbb{P}(G = k) = q^k(1 - q)$ .
- Créé un arbre de Mallows de taille  $G$  et paramètre  $q$ .
- Attache cet arbre à gauche de la racine.
- Répète les opérations précédentes pour le sous-arbre droit jusqu'à ce que l'arbre ait  $n$  noeuds.



# Construction (approximative)

Il est possible de construire une approximation d'arbre de Mallows comme suit.

- Commence avec une variable géométrique  $G$  satisfaisant  $\mathbb{P}(G = k) = q^k(1 - q)$ .
- Créé un arbre de Mallows de taille  $G$  et paramètre  $q$ .
- Attache cet arbre à gauche de la racine.
- Répète les opérations précédentes pour le sous-arbre droit jusqu'à ce que l'arbre ait  $n$  noeuds.

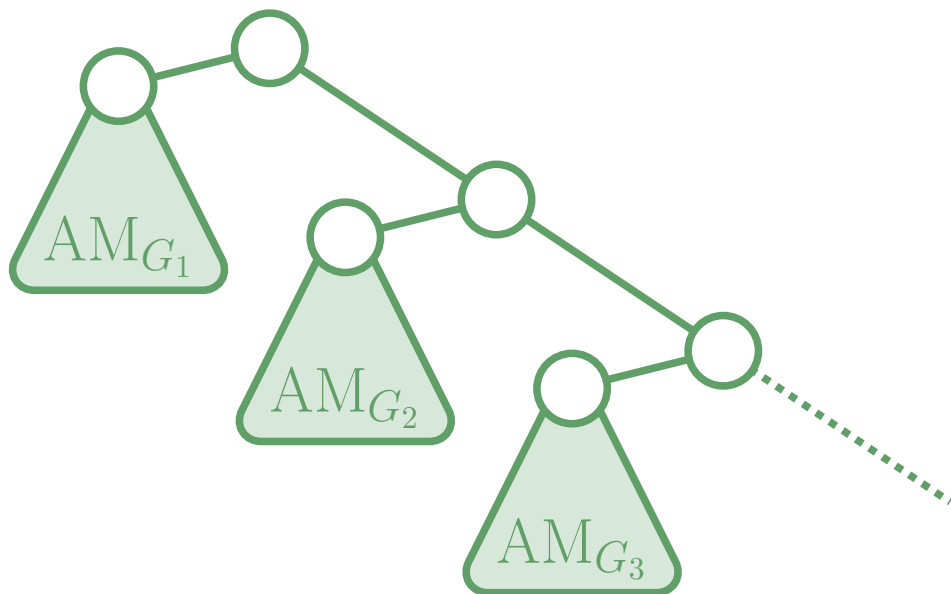




# Construction (approximative)

Il est possible de construire une approximation d'arbre de Mallows comme suit.

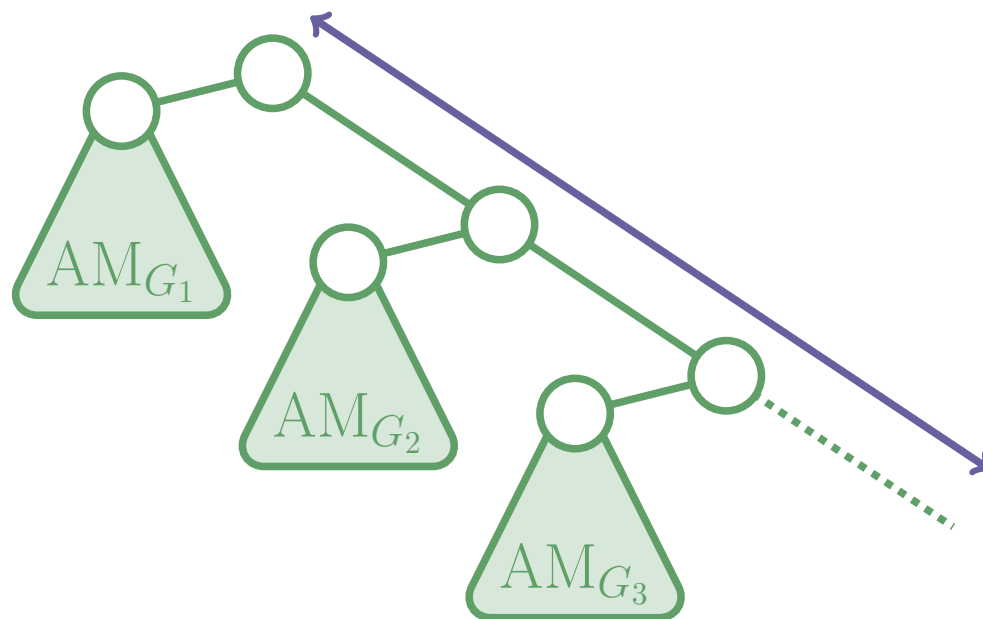
- Commence avec une variable géométrique  $G$  satisfaisant  $\mathbb{P}(G = k) = q^k(1 - q)$ .
- Créé un arbre de Mallows de taille  $G$  et paramètre  $q$ .
- Attache cet arbre à gauche de la racine.
- Répète les opérations précédentes pour le sous-arbre droit jusqu'à ce que l'arbre ait  $n$  noeuds.



# Construction (approximative)

Il est possible de construire une approximation d'arbre de Mallows comme suit.

- Commence avec une variable géométrique  $G$  satisfaisant  $\mathbb{P}(G = k) = q^k(1 - q)$ .
- Créé un arbre de Mallows de taille  $G$  et paramètre  $q$ .
- Attache cet arbre à gauche de la racine.
- Répète les opérations précédentes pour le sous-arbre droit jusqu'à ce que l'arbre ait  $n$  noeuds.



# Construction (approximative)

Il est possible de construire une approximation d'arbre de Mallows comme suit.

- Commence avec une variable géométrique  $G$  satisfaisant  $\mathbb{P}(G = k) = q^k(1 - q)$ .
- Créé un arbre de Mallows de taille  $G$  et paramètre  $q$ .
- Attache cet arbre à gauche de la racine.
- Répète les opérations précédentes pour le sous-arbre droit jusqu'à ce que l'arbre ait  $n$  noeuds.

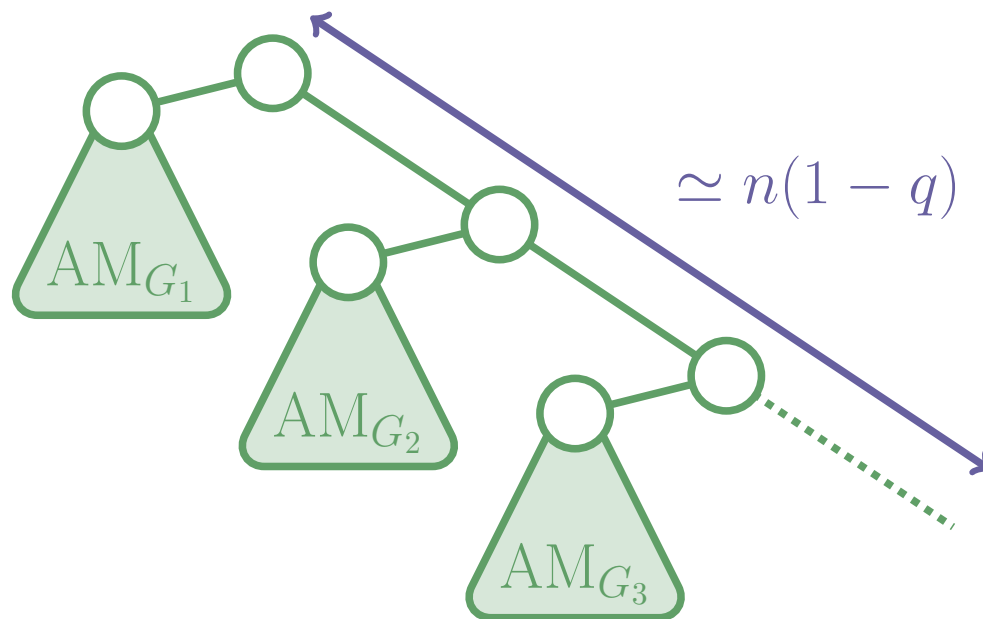
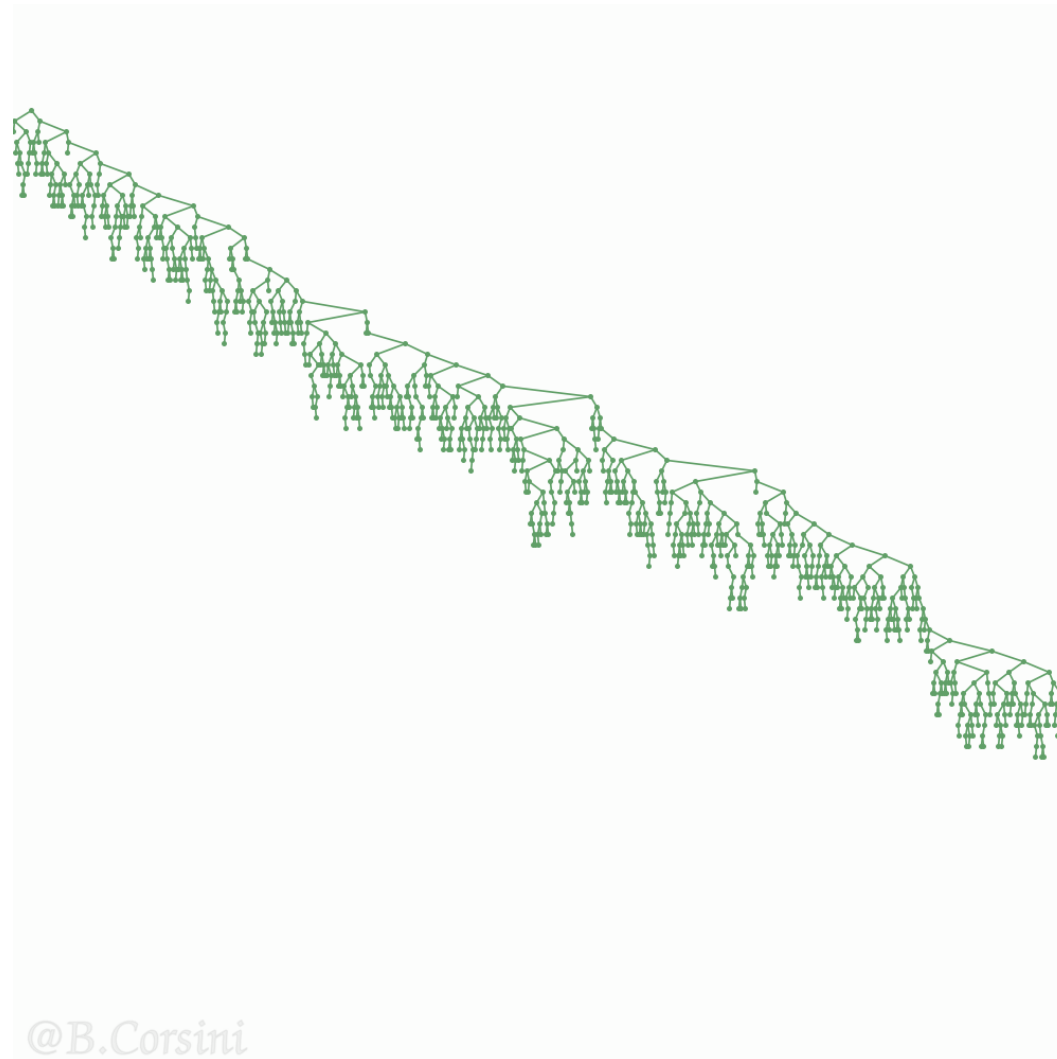



Image (exacte)



# Image (exacte)



# Sommaire

-  Arbres de Mallows
-  Limite locale
-  Arbres toujours verts
-  Limites d'échelle

# Limite locale

# Limite locale

Étant donné une suite de graphes  $(G_n)_{n \geq 1}$ , leur limite locale est la structure observée par un noeud choisi au hasard.



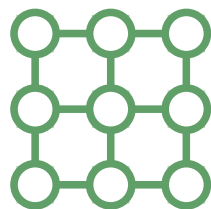
# Limite locale

Étant donné une suite de graphes  $(G_n)_{n \geq 1}$ , leur limite locale est la structure observée par un noeud choisi au hasard.



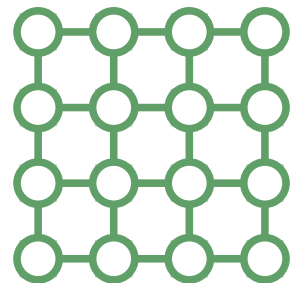
# Limite locale

Étant donné une suite de graphes  $(G_n)_{n \geq 1}$ , leur limite locale est la structure observée par un noeud choisi au hasard.



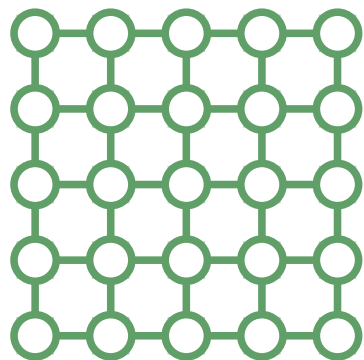
# Limite locale

Étant donné une suite de graphes  $(G_n)_{n \geq 1}$ , leur limite locale est la structure observée par un noeud choisi au hasard.



# Limite locale

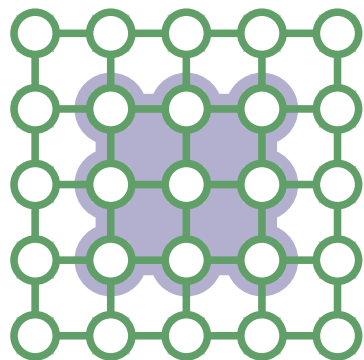
Étant donné une suite de graphes  $(G_n)_{n \geq 1}$ , leur limite locale est la structure observée par un noeud choisi au hasard.





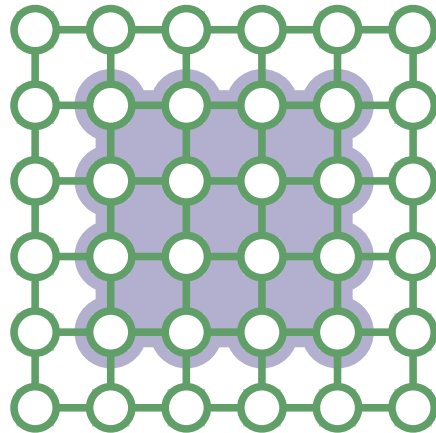
# Limite locale

Étant donné une suite de graphes  $(G_n)_{n \geq 1}$ , leur limite locale est la structure observée par un noeud choisi au hasard.



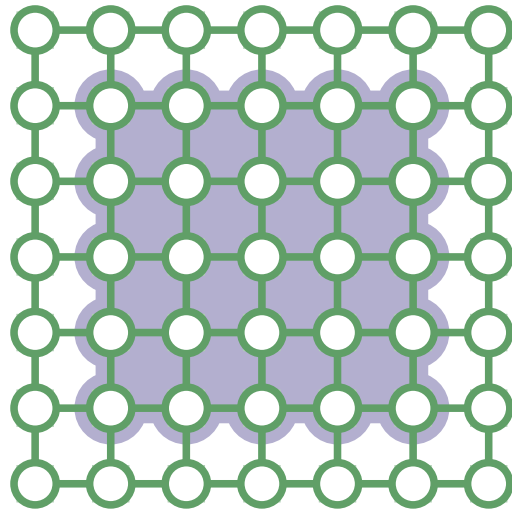
# Limite locale

Étant donné une suite de graphes  $(G_n)_{n \geq 1}$ , leur limite locale est la structure observée par un noeud choisi au hasard.



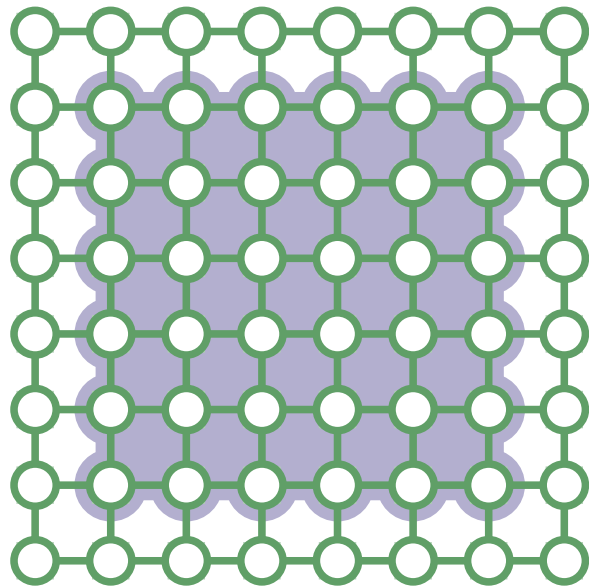
# Limite locale

Étant donné une suite de graphes  $(G_n)_{n \geq 1}$ , leur limite locale est la structure observée par un noeud choisi au hasard.



# Limite locale

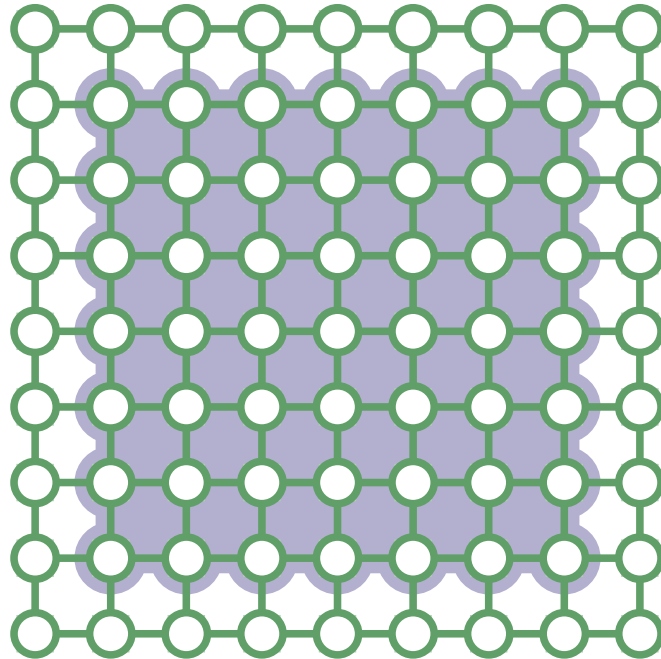
Étant donné une suite de graphes  $(G_n)_{n \geq 1}$ , leur limite locale est la structure observée par un noeud choisi au hasard.





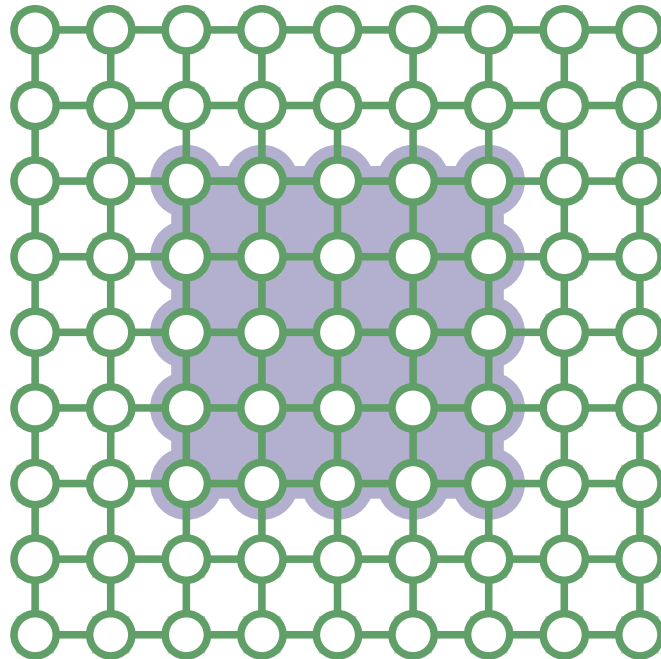
# Limite locale

Étant donné une suite de graphes  $(G_n)_{n \geq 1}$ , leur limite locale est la structure observée par un noeud choisi au hasard.



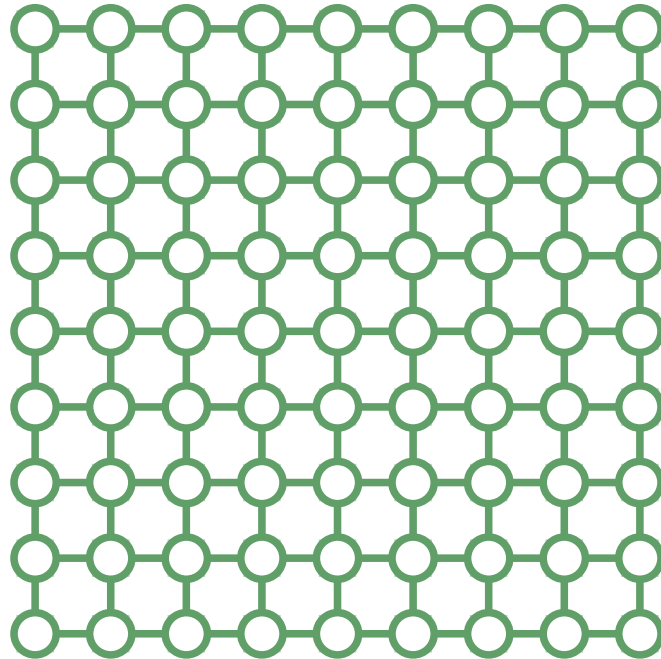
# Limite locale

Étant donné une suite de graphes  $(G_n)_{n \geq 1}$ , leur limite locale est la structure observée par un noeud choisi au hasard.



# Limite locale

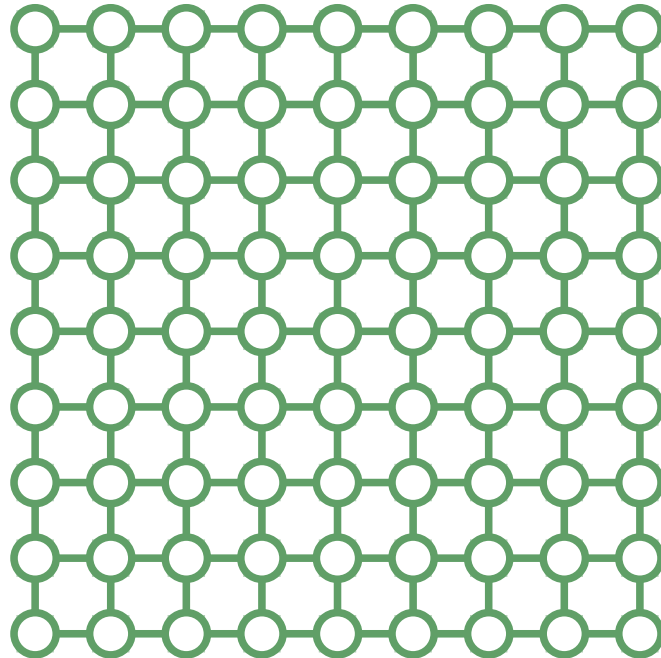
Étant donné une suite de graphes  $(G_n)_{n \geq 1}$ , leur limite locale est la structure observée par un noeud choisi au hasard.



# Limite locale

Étant donné une suite de graphes  $(G_n)_{n \geq 1}$ , leur limite locale est la structure observée par un noeud choisi au hasard.

→ La suite des tores  $((\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^d)_{n \geq 1}$  converge vers le graph  $\mathbb{Z}^d$ .

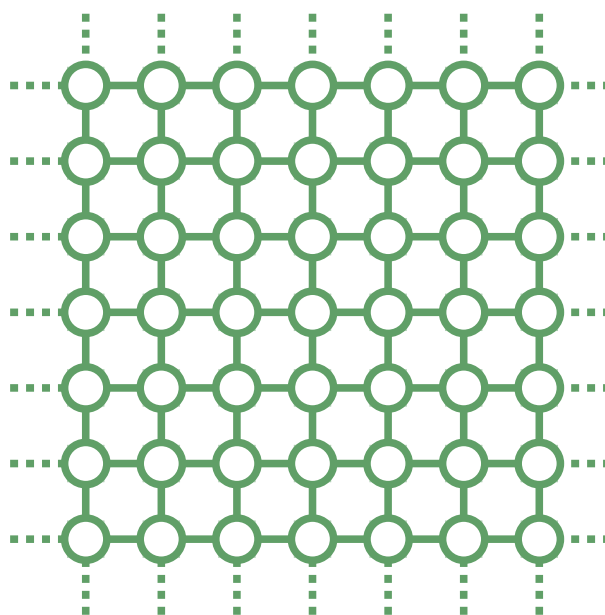




# Limite locale

Étant donné une suite de graphes  $(G_n)_{n \geq 1}$ , leur limite locale est la structure observée par un noeud choisi au hasard.

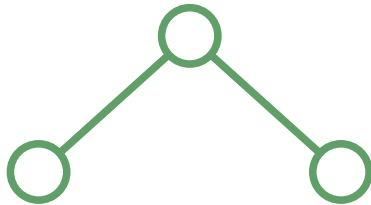
→ La suite des tores  $((\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^d)_{n \geq 1}$  converge vers le graph  $\mathbb{Z}^d$ .



# L'arbre canopée

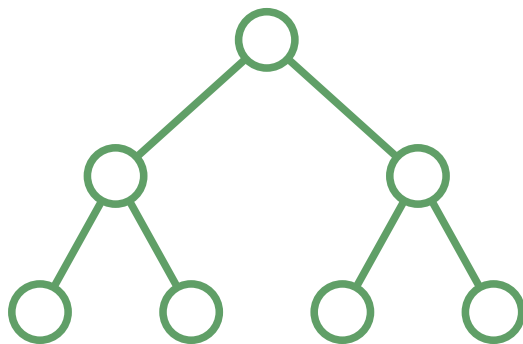
**Q:** Quelle est la limite locale des arbre binaires grandissants ?

Q: Quelle est la limite locale des arbre binaires grandissants ?



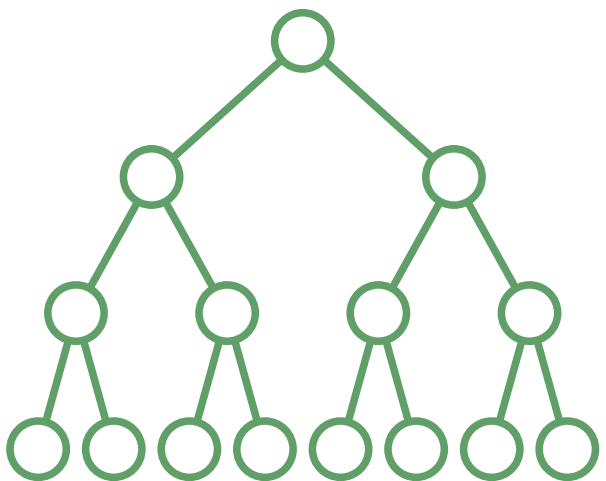


Q: Quelle est la limite locale des arbre binaires grandissants ?



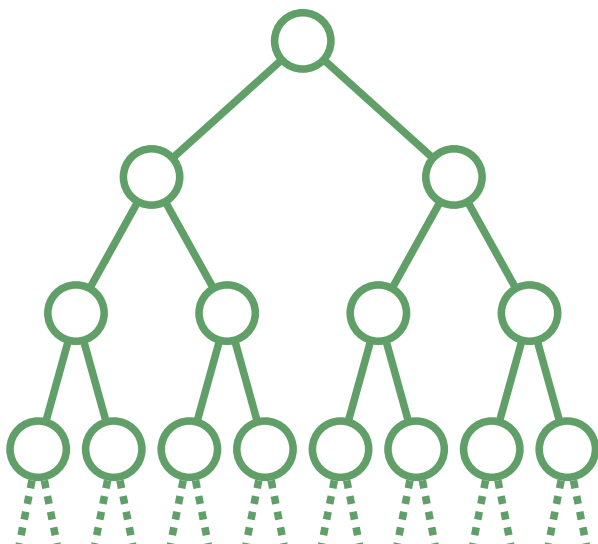
# L'arbre canopée

Q: Quelle est la limite locale des arbre binaires grandissants ?



# L'arbre canopée

Q: Quelle est la limite locale des arbre binaires grandissants ?



# L'arbre canopée

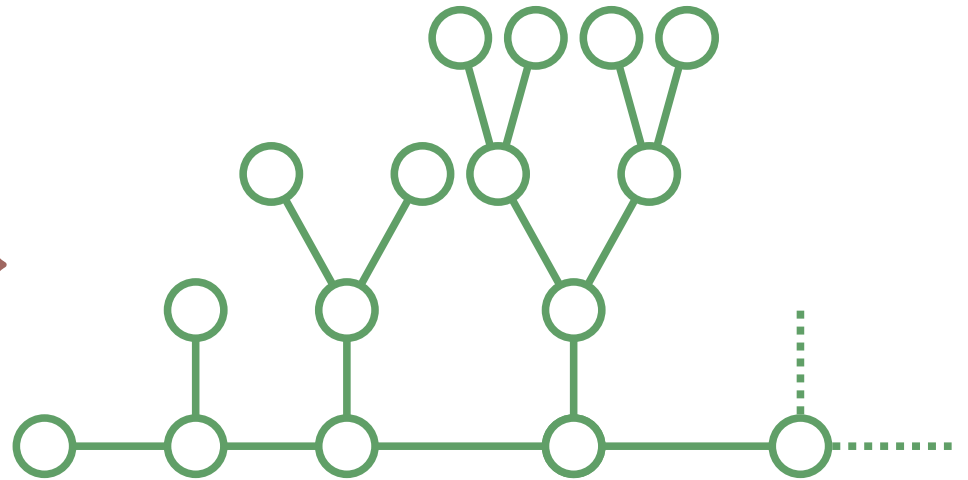
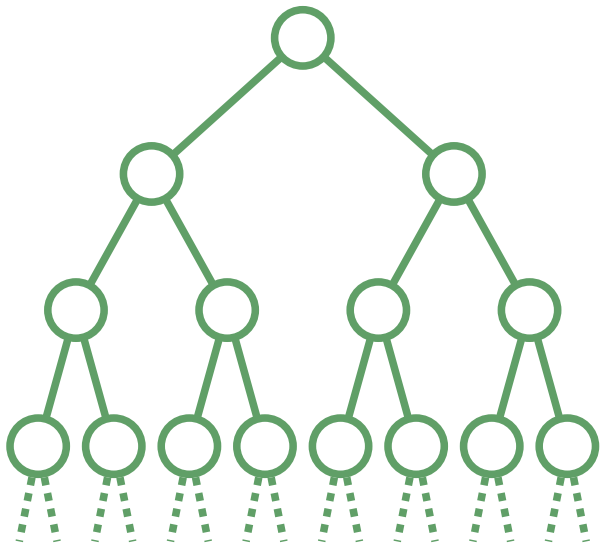
Q: Quelle est la limite locale des arbre binaires grandissants ?





# L'arbre canopée

Q: Quelle est la limite locale des arbre binaires grandissants ?

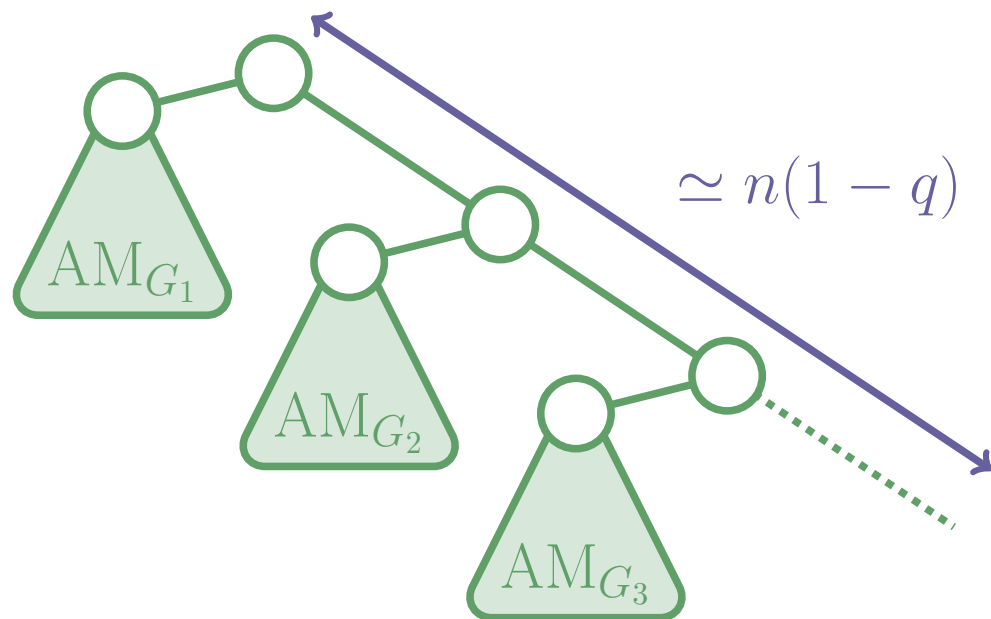


# Limite locale des arbres de Mallows ?

# Limite locale des arbres de Mallows ?

Arbre de Mallows :

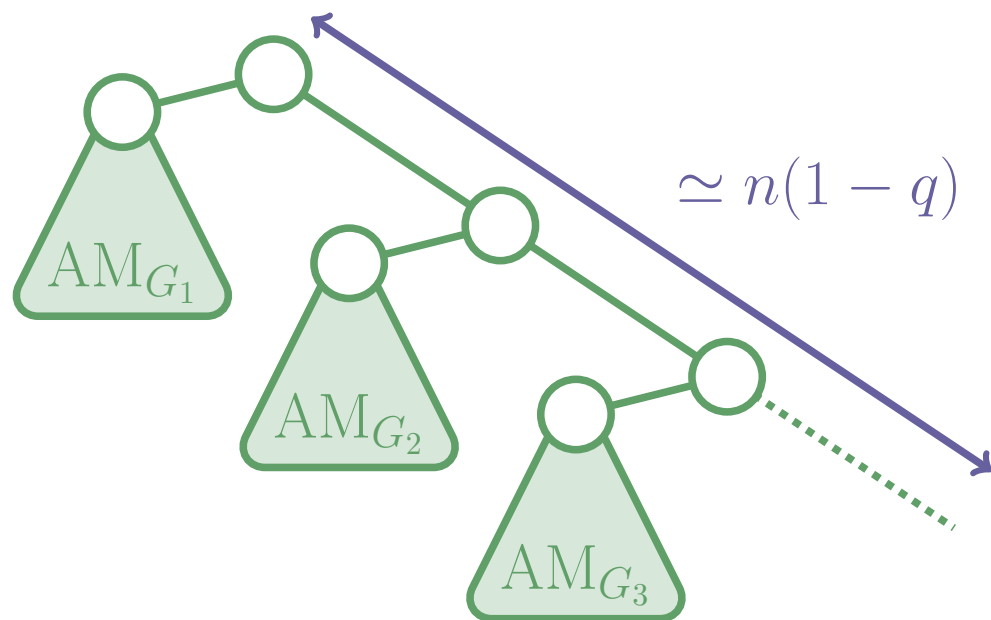
:



# Limite locale des arbres de Mallows ?

Arbre de Mallows :

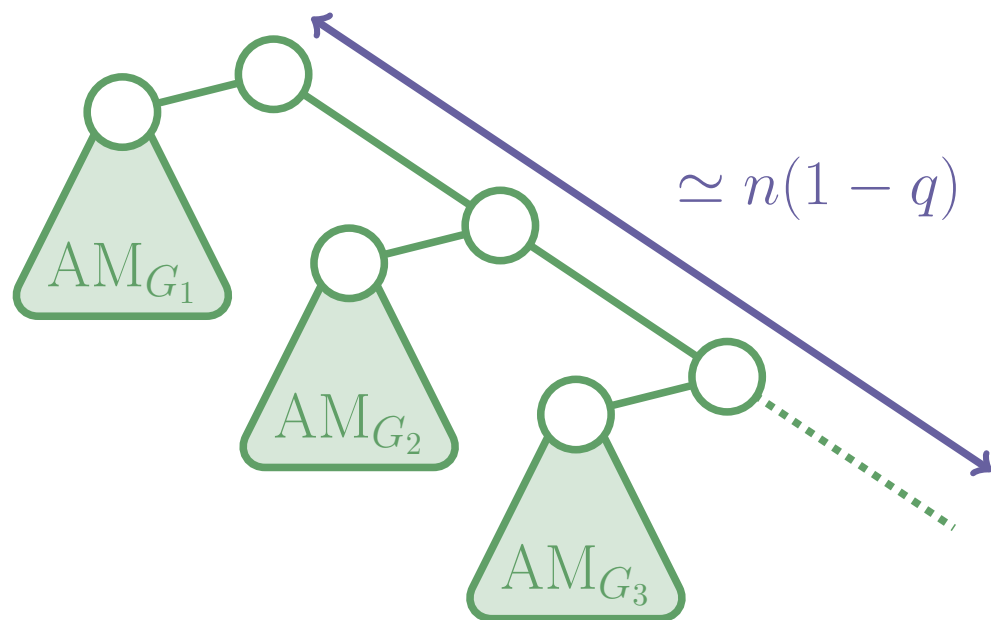
Limite locale :



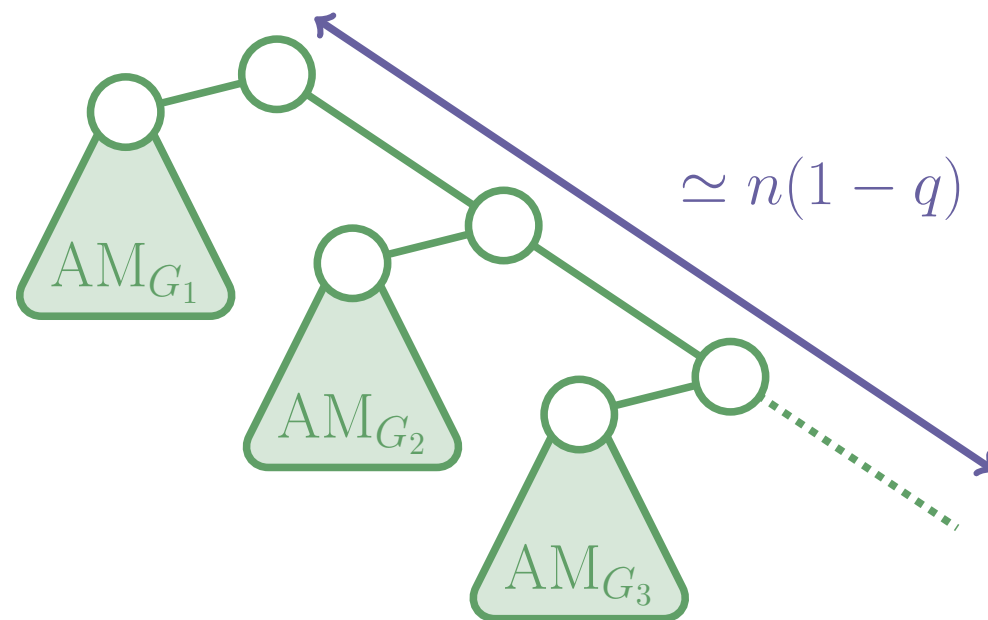


# Limite locale des arbres de Mallows ?

Arbre de Mallows :



Limite locale :

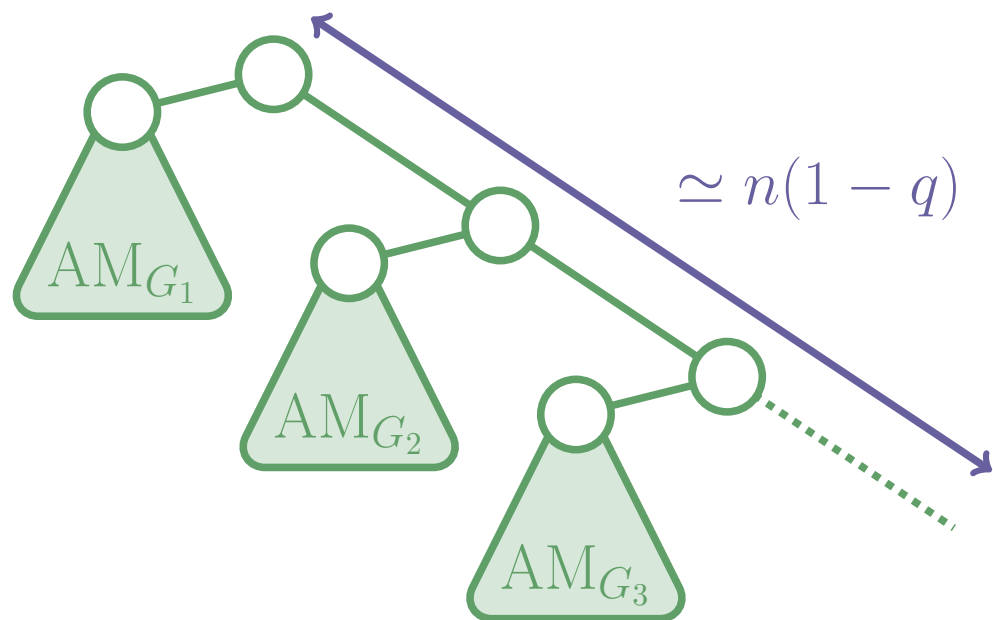




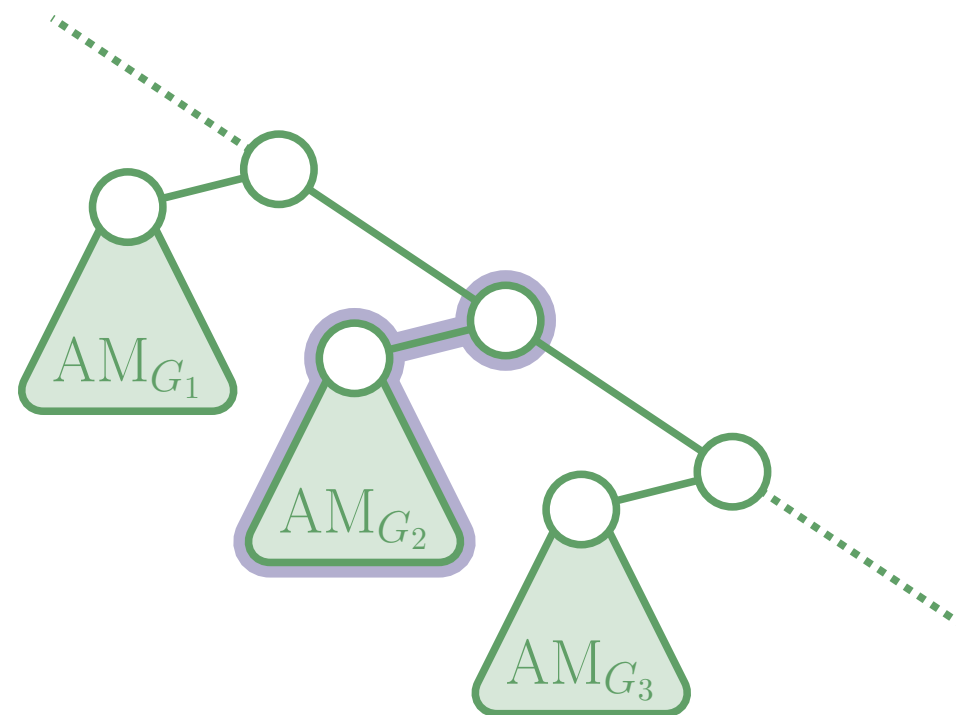


# Limite locale des arbres de Mallows ?

Arbre de Mallows :



Limite locale :









# Limite locale des arbres de Mallows

Théorème (👤 2023)



## Théorème (✎ 2023)

Toute suite d'arbres de Mallows dont la taille croît et ayant  $q \in [0, 1)$  fixé converge localement presque-sûrement vers l'arbre  $(o, \mathcal{T})$  construit comme suit.

## Théorème (✎ 2023)

Toute suite d'arbres de Mallows dont la taille croît et ayant  $q \in [0, 1)$  fixé converge localement presque-sûrement vers l'arbre  $(o, \mathcal{T})$  construit comme suit.

- Soit  $(G_i)_{i \in \mathbb{Z}}$  un ensemble de variables aléatoires indépendantes, toutes géométriques de paramètre  $q$ , excepté  $G_0$  dont la distribution est biaisée par la taille.

## Théorème (✎ 2023)

Toute suite d'arbres de Mallows dont la taille croît et ayant  $q \in [0, 1)$  fixé converge localement presque-sûrement vers l'arbre  $(o, \mathcal{T})$  construit comme suit.

- Soit  $(G_i)_{i \in \mathbb{Z}}$  un ensemble de variables aléatoires indépendantes, toutes géométriques de paramètre  $q$ , excepté  $G_0$  dont la distribution est biaisée par la taille.
- Soit  $(T_i)_{i \in \mathbb{Z}}$  une suite d'arbres de Mallows dont les paramètres sont  $G_i$  et  $q$ .

## Théorème (✎ 2023)

Toute suite d'arbres de Mallows dont la taille croît et ayant  $q \in [0, 1)$  fixé converge localement presque-sûrement vers l'arbre  $(o, \mathcal{T})$  construit comme suit.

- Soit  $(G_i)_{i \in \mathbb{Z}}$  un ensemble de variables aléatoires indépendantes, toutes géométriques de paramètre  $q$ , excepté  $G_0$  dont la distribution est biaisée par la taille.
- Soit  $(T_i)_{i \in \mathbb{Z}}$  une suite d'arbres de Mallows dont les paramètres sont  $G_i$  et  $q$ .
- Soit  $\mathcal{T}$  l'arbre obtenu en prenant  $\mathbb{Z}$  et en attachant la racine de chaque  $T_i$  à l'élément  $i \in \mathbb{Z}$ .



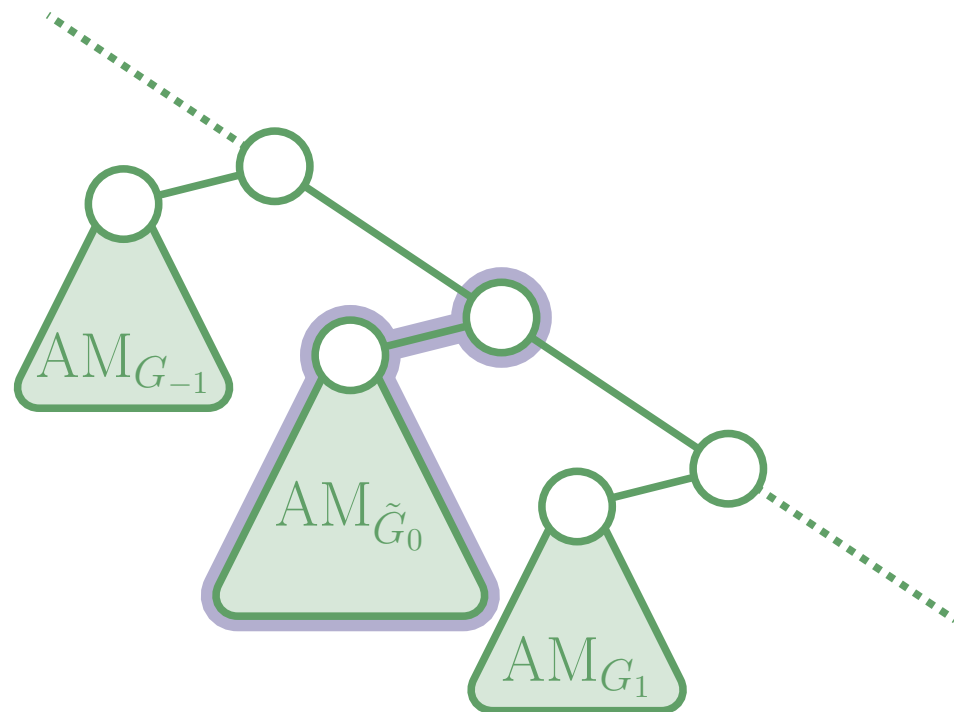
## Théorème (✎ 2023)

Toute suite d'arbres de Mallows dont la taille croît et ayant  $q \in [0, 1)$  fixé converge localement presque-sûrement vers l'arbre  $(o, \mathcal{T})$  construit comme suit.

- Soit  $(G_i)_{i \in \mathbb{Z}}$  un ensemble de variables aléatoires indépendantes, toutes géométriques de paramètre  $q$ , excepté  $G_0$  dont la distribution est biaisée par la taille.
- Soit  $(T_i)_{i \in \mathbb{Z}}$  une suite d'arbres de Mallows dont les paramètres sont  $G_i$  et  $q$ .
- Soit  $\mathcal{T}$  l'arbre obtenu en prenant  $\mathbb{Z}$  et en attachant la racine de chaque  $T_i$  à l'élément  $i \in \mathbb{Z}$ .
- Soit  $o$  une racine choisi uniformément parmi les éléments de  $\{0\} \cup V(T_0)$ .

# Limite locale des arbres de Mallows

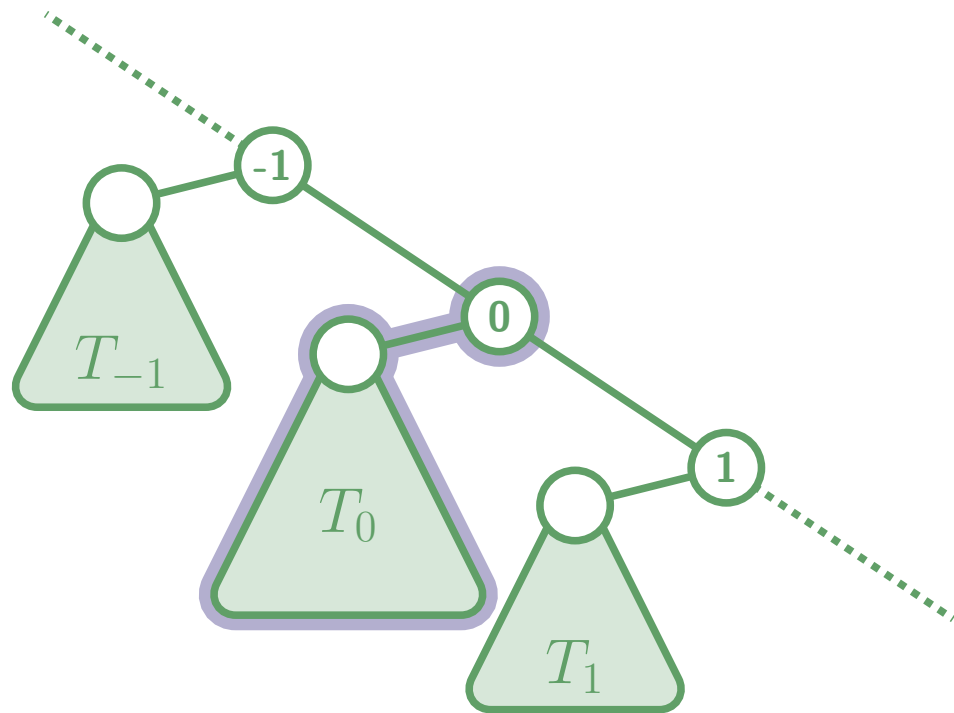
# Limite locale des arbres de Mallows







# Limite locale des arbres de Mallows



# Sommaire

-  Arbres de Mallows
-  Limite locale
-  Arbres toujours verts
-  Limites d'échelle

# Pourquoi “arbres toujours verts” ?

# Pourquoi “arbres toujours verts” ?

## Sequoia sempervirens

68 languages

Contents hide

(Top)

Description

Taxonomy

Names

Distribution and habitat

Assisted migration

Ecology

Fog and flood adaptations

Pest and pathogen resistance

Fire adaptations

Reproduction

Cultivation and uses

Statistics

List of tallest trees

List of largest trees

Canopy Layers

Other notable examples

Article Talk

Read Edit View history Tools

From Wikipedia, the free encyclopedia

"California Redwoods" redirects here. For the professional lacrosse team, see *California Redwoods (PLL)*. For the defunct UFL football team, see *Sacramento Mountain Lions*.

***Sequoia sempervirens*** (/səˈkwɪ.ə, sɛmpərˈvaɪrənz/)<sup>[3]</sup> is the sole living species of the genus *Sequoia* in the cypress family *Cupressaceae* (formerly treated in *Taxodiaceae*). Common names include **coast redwood**, **coastal redwood** and **California redwood**. It is an **evergreen**, long-lived, **monoecious** tree living 1,200–2,200 years or more.<sup>[4]</sup> This species includes the **tallest living trees** on Earth, reaching up to 115.9 m (380.1 ft) in height (without the **roots**) and up to 8.9 m (29 ft) in **diameter at breast height**. These trees are also among the **longest-living trees on Earth**. Before commercial logging and clearing began by the 1850s, this massive tree occurred **naturally** in an estimated 810,000 ha (2,000,000 acres)<sup>[5][6][7]</sup> along much of coastal California (excluding southern California where rainfall is not sufficient) and the southwestern corner of coastal Oregon within the United States. Being the tallest tree species, with a small range and an extremely long lifespan, many redwoods are preserved in various state and national parks; many of the largest specimens have their own official names.

The name **sequoia** sometimes refers to the subfamily *Sequoioideae*, which includes *S. sempervirens* along with *Sequoiadendron* (giant sequoia) and *Metasequoia* (dawn redwood). Here, the term **redwood** on its own refers to the

*Sequoia sempervirens*



*Sequoia sempervirens* along US 199

Conservation status



# Pourquoi “arbres toujours verts” ?

## Sequoia sempervirens

🌐 68 langues ▾

Sommaire masquer

Article Discussion

📖 Lire ✎ Modifier 🔗 Modifier le code 🕒 Voir l'historique 🛠 Outils ▾

### Début

Dénomination et étymologie

#### Description

Appareil végétatif

Appareil reproducteur

Répartition et habitat

Principaux ennemis et défauts

#### Arbre des records

Hauteur

Largeur et volume

Utilisation

Le Séquoia à feuilles d'if dans la culture

Notes et références

#### Voir aussi

Articles connexes

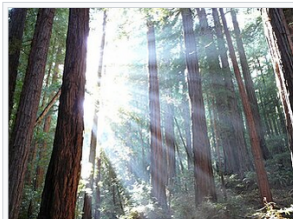
Bibliographie

Liens externes

⚠ Ne doit pas être confondu avec *Séquoia géant*.

Le **Séquoia à feuilles d'if**, **Séquoia toujours vert** ou **Séquoia sempervirent** (***Sequoia sempervirens***) est une espèce de conifères de la famille des *Taxodiaceae* (classification classique) ou des *Cupressaceae* (classification phylogénétique). Il est l'unique représentant actuel du genre *Sequoia*. Originaire de la côte Pacifique des États-Unis (Californie et Sud de l'Oregon), il comprend les arbres les plus hauts du monde.

### Dénomination et étymologie [ modifier | modifier le code ]



Sous bois de séquoias à Feuilles d'if, près de la côte Ouest des États-Unis en Californie.

Cette espèce porte en français les noms de « Séquoia à feuilles d'if » du fait de la forme de ses feuilles rappelant celles des *Taxus*, et de « Séquoia toujours vert » ou « Séquoia *sempervirent* » du fait de la persistance de ses feuilles en hiver, qui a aussi conduit au nom scientifique *Sequoia sempervirens*.

### Sequoia sempervirens



Des séquoias à feuilles d'if au Parc d'État de Big Basin Redwoods, en Californie.

### Classification





Voilà ce que l'on a fait jusqu'à présent :



Voilà ce que l'on a fait jusqu'à présent :

- On a commencé avec une permutation de Mallows  $X_{n,q}$  de taille  $n$  et paramètre  $q$ .





Voilà ce que l'on a fait jusqu'à présent :

- On a commencé avec une permutation de Mallows  $X_{n,q}$  de taille  $n$  et paramètre  $q$ .
- On a inséré cette permutation dans une structure d'arbre binaire de recherche.



Voilà ce que l'on a fait jusqu'à présent :

- On a commencé avec une permutation de Mallows  $X_{n,q}$  de taille  $n$  et paramètre  $q$ .
- On a inséré cette permutation dans une structure d'arbre binaire de recherche.
- On a caractérisé la limite de cette arbre lorsque  $n \rightarrow \infty$ .



Voilà ce que l'on a fait jusqu'à présent :

- On a commencé avec une permutation de Mallows  $X_{n,q}$  de taille  $n$  et paramètre  $q$ .
  - On a inséré cette permutation dans une structure d'arbre binaire de recherche.
  - On a caractérisé la limite de cette arbre lorsque  $n \rightarrow \infty$ .
- La limite est composé de sous-structures distribuées comme des arbres de Mallows.



Voilà ce que l'on a fait jusqu'à présent :

- On a commencé avec une permutation de Mallows  $X_{n,q}$  de taille  $n$  et paramètre  $q$ .
  - On a inséré cette permutation dans une structure d'arbre binaire de recherche.
  - On a caractérisé la limite de cette arbre lorsque  $n \rightarrow \infty$ .
- La limite est composé de sous-structures distribuées comme des arbres de Mallows.
- Ces sous-structures existent déjà lorsqu'on considère un arbre de Mallows fini.





Voilà ce que l'on a fait jusqu'à présent :

- On a commencé avec une permutation de Mallows  $X_{n,q}$  de taille  $n$  et paramètre  $q$ .
  - On a inséré cette permutation dans une structure d'arbre binaire de recherche.
  - On a caractérisé la limite de cette arbre lorsque  $n \rightarrow \infty$ .
- La limite est composé de sous-structures distribuées comme des arbres de Mallows.
- Ces sous-structures existent déjà lorsqu'on considère un arbre de Mallows fini.

**Q:** Est-il possible d'inverser la limite locale et la structure d'arbre binaire de recherche en construisant tout d'abord une permutation infinie que l'on insère ensuite dans un arbre binaire de recherche.



Voilà ce que l'on a fait jusqu'à présent :

- On a commencé avec une permutation de Mallows  $X_{n,q}$  de taille  $n$  et paramètre  $q$ .
  - On a inséré cette permutation dans une structure d'arbre binaire de recherche.
  - On a caractérisé la limite de cette arbre lorsque  $n \rightarrow \infty$ .
- La limite est composé de sous-structures distribuées comme des arbres de Mallows.
- Ces sous-structures existent déjà lorsqu'on considère un arbre de Mallows fini.

**Q:** Est-il possible d'inverser la limite locale et la structure d'arbre binaire de recherche en construisant tout d'abord une permutation infinie que l'on insère ensuite dans un arbre binaire de recherche.

→ Les permutations de Mallows infinies existent déjà, à la fois sur  $\mathbb{N}$  et sur  $\mathbb{Z}$  !



Voilà ce que l'on a fait jusqu'à présent :

- On a commencé avec une permutation de Mallows  $X_{n,q}$  de taille  $n$  et paramètre  $q$ .
  - On a inséré cette permutation dans une structure d'arbre binaire de recherche.
  - On a caractérisé la limite de cette arbre lorsque  $n \rightarrow \infty$ .
- La limite est composé de sous-structures distribuées comme des arbres de Mallows.
- Ces sous-structures existent déjà lorsqu'on considère un arbre de Mallows fini.

**Q:** Est-il possible d'inverser la limite locale et la structure d'arbre binaire de recherche en construisant tout d'abord une permutation infinie que l'on insère ensuite dans un arbre binaire de recherche.

- Les permutations de Mallows infinies existent déjà, à la fois sur  $\mathbb{N}$  et sur  $\mathbb{Z}$  !  
Tout est **bon** donc ?



Voilà ce que l'on a fait jusqu'à présent :

- On a commencé avec une permutation de Mallows  $X_{n,q}$  de taille  $n$  et paramètre  $q$ .
  - On a inséré cette permutation dans une structure d'arbre binaire de recherche.
  - On a caractérisé la limite de cette arbre lorsque  $n \rightarrow \infty$ .
- La limite est composé de sous-structures distribuées comme des arbres de Mallows.
- Ces sous-structures existent déjà lorsqu'on considère un arbre de Mallows fini.

**Q:** Est-il possible d'inverser la limite locale et la structure d'arbre binaire de recherche en construisant tout d'abord une permutation infinie que l'on insère ensuite dans un arbre binaire de recherche.

- Les permutations de Mallows infinies existent déjà, à la fois sur  $\mathbb{N}$  et sur  $\mathbb{Z}$  !  
Tout est **bon** donc ? Et bien, **pas tout à fait...**



# Notre problème

# Notre problème

La limite locale naturelle des permutations de Mallows est une permutation sur  $\mathbb{Z}$ .

# Notre problème

La limite locale naturelle des permutations de Mallows est une permutation sur  $\mathbb{Z}$ .

- Une telle permutation correspond à une suite infinie **des deux côtés** d'entiers distincts.

# Notre problème

La limite locale naturelle des permutations de Mallows est une permutation sur  $\mathbb{Z}$ .

- Une telle permutation correspond à une suite infinie **des deux côtés** d'entiers distincts.
- Les arbres binaires de recherche sont seulement définis sur des suite infinies **d'un seul côté**.



# Notre problème

La limite locale naturelle des permutations de Mallows est une permutation sur  $\mathbb{Z}$ .

- Une telle permutation correspond à une suite infinie **des deux côtés** d'entiers distincts.
- Les arbres binaires de recherche sont seulement définis sur des suite infinies **d'un seul côté**.

→ On a besoin d'étendre les arbres binaires de recherche aux suites doublement infinie

$$x = (\dots, x_{-1}, x_0, x_1, \dots).$$

# Notre problème

La limite locale naturelle des permutations de Mallows est une permutation sur  $\mathbb{Z}$ .

- Une telle permutation correspond à une suite infinie **des deux côtés** d'entiers distincts.
- Les arbres binaires de recherche sont seulement définis sur des suite infinies **d'un seul côté**.

→ On a besoin d'étendre les arbres binaires de recherche aux suites doublement infinie

$$x = (\dots, x_{-1}, x_0, x_1, \dots).$$

→ Essayons sur quelques exemples pour voir comment cela fonctionne.

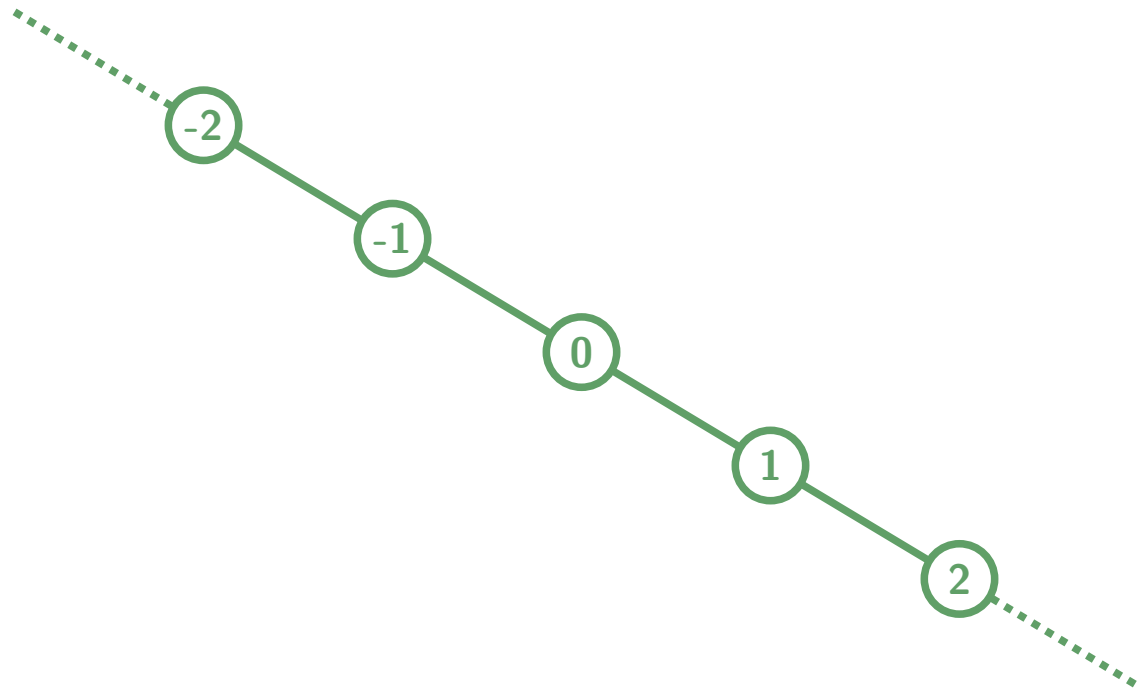
# Exemples

Quel est l'arbre correspondant à  $x = (\dots, -2 - 1, 0, 1, 2, \dots)$  ?



# Exemples

Quel est l'arbre correspondant à  $x = (\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots)$  ?



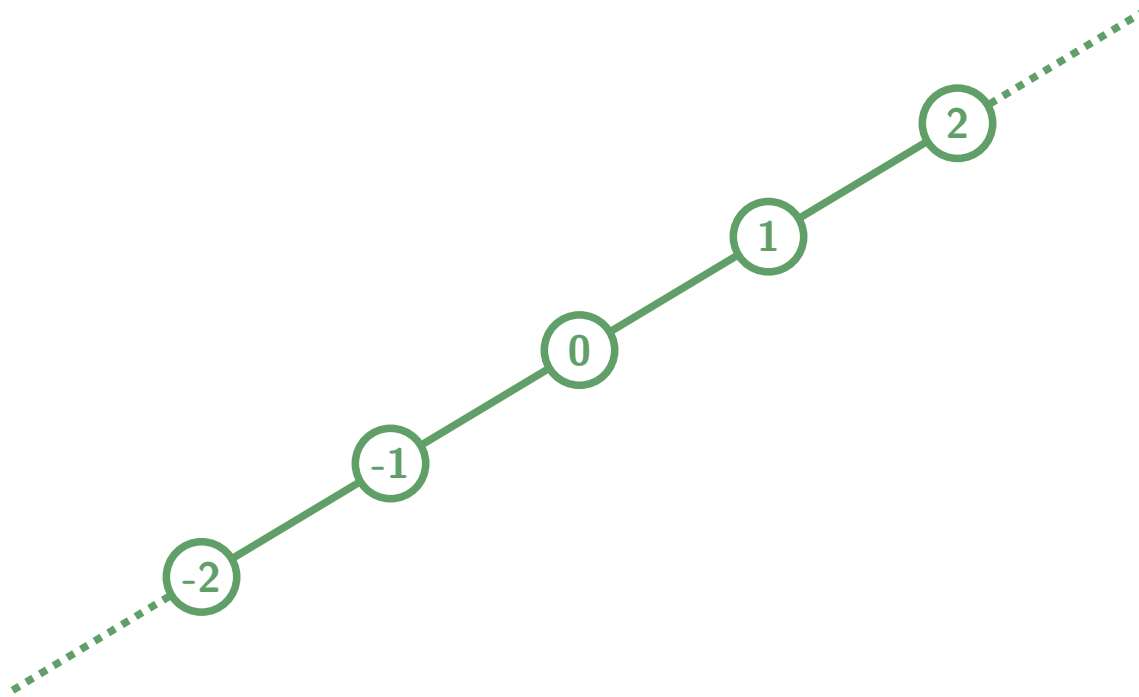
# Exemples

# Exemples

Quel est l'arbre correspondant à  $x = (\dots, 2, 1, 0, -1, -2, \dots)$  ?

# Exemples

Quel est l'arbre correspondant à  $x = (\dots, 2, 1, 0, -1, -2, \dots)$  ?



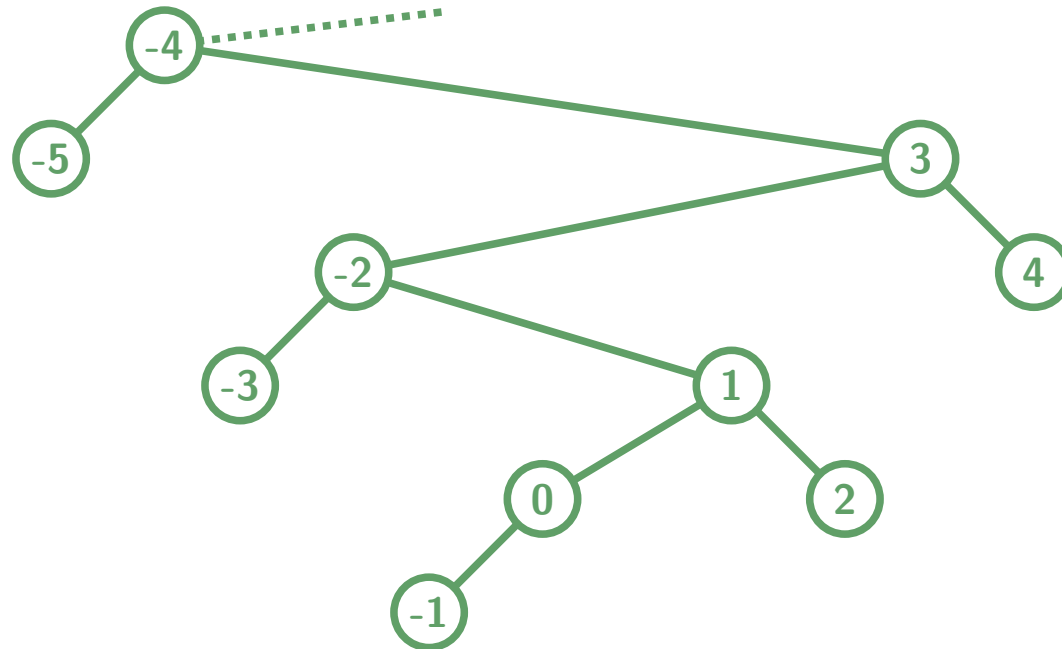


# Exemples

Quel est l'arbre correspondant à  $x = (\dots, 3, -2, 1, 0, -1, 2, -3, 4, -5, 6, \dots)$  ?

# Exemples

Quel est l'arbre correspondant à  $x = (\dots, 3, -2, 1, 0, -1, 2, -3, 4, -5, 6, \dots)$  ?



# Exemples



Quel est l'arbre correspondant à  $x = (\sin(n))_{n \in \mathbb{Z}}$  ?

Quel est l'arbre correspondant à  $x = (\sin(n))_{n \in \mathbb{Z}}$  ?



# Arbres toujours verts

Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :



Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :

- Insers  $x_1$  à la racine.

Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :

- Insers  $x_1$  à la racine.
- Insers  $x_i$  dans le premier espace disponible de l'arbre en suivant la règle que  $x_i$  descend à gauche (droite) si il est plus petit (grand) que la valeur actuelle du noeud.

Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :

- Insers  $x_1$  à la racine.
- Insers  $x_i$  dans le premier espace disponible de l'arbre en suivant la règle que  $x_i$  descend à gauche (droite) si il est plus petit (grand) que la valeur actuelle du noeud.

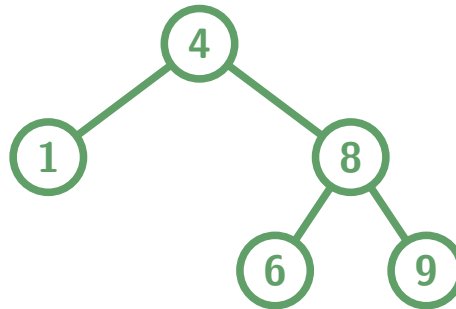
→  $x = (4, 1, 8, 6, 9)$

# Arbres toujours verts

Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :

- Insers  $x_1$  à la racine.
- Insers  $x_i$  dans le premier espace disponible de l'arbre en suivant la règle que  $x_i$  descend à gauche (droite) si il est plus petit (grand) que la valeur actuelle du noeud.

→  $x = (4, 1, 8, 6, 9)$



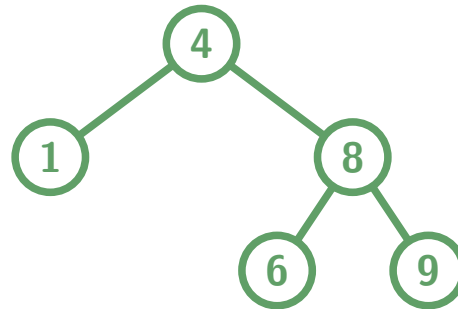


# Arbres toujours verts

Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :

- Insers les records dans la branche de droite.
- Insers  $x_i$  dans le premier espace disponible de l'arbre en suivant la règle que  $x_i$  descend à gauche (droite) si il est plus petit (grand) que la valeur actuelle du noeud.

→  $x = (4, 1, 8, 6, 9)$

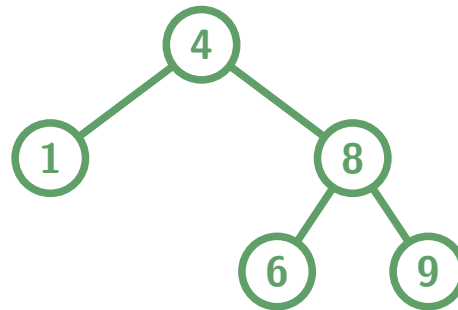


# Arbres toujours verts

Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :

- Insers les records dans la branche de droite.
- Insers à gauche de chaque noeud les éléments entre records consécutifs dans le même ordre que la suite originale.

→  $x = (4, 1, 8, 6, 9)$

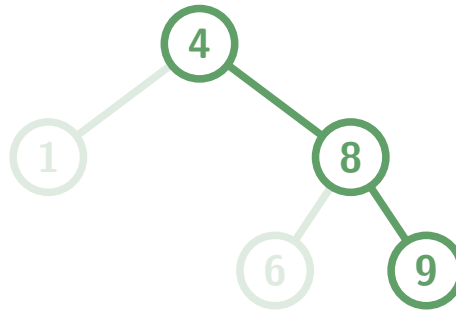


# Arbres toujours verts

Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :

- Insers les records dans la branche de droite.
- Insers à gauche de chaque noeud les éléments entre records consécutifs dans le même ordre que la suite originale.

→  $x = (4, 1, 8, 6, 9)$

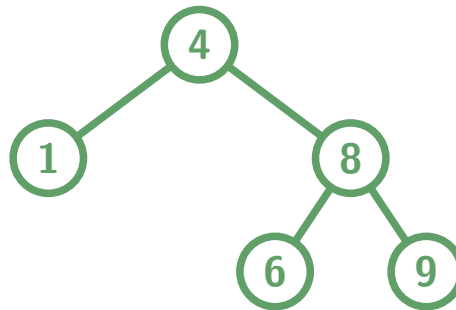


# Arbres toujours verts

Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :

- Insers les records dans la branche de droite.
- Insers à gauche de chaque noeud les éléments entre records consécutifs dans le même ordre que la suite originale.

→  $x = (4, 1, 8, 6, 9)$



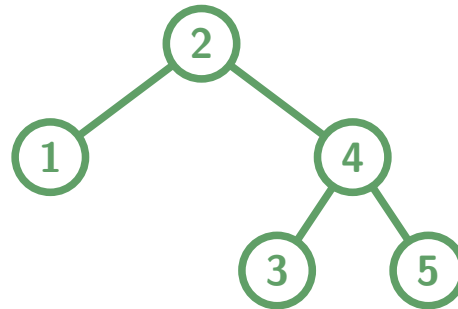


# Arbres toujours verts

Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :

- Insers les records dans la branche de droite.
- Insers à gauche de chaque noeud les éléments entre records consécutifs dans le même ordre que la suite originale.

→  $x = (2, 1, 4, 3, 5)$

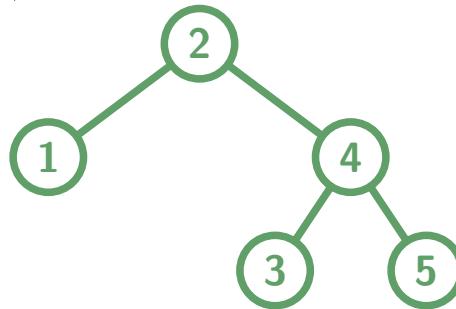


# Arbres toujours verts

Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :

- Insers les records dans la branche de droite.
- Insers à gauche de chaque noeud les éléments entre records consécutifs dans le même ordre que la suite originale.

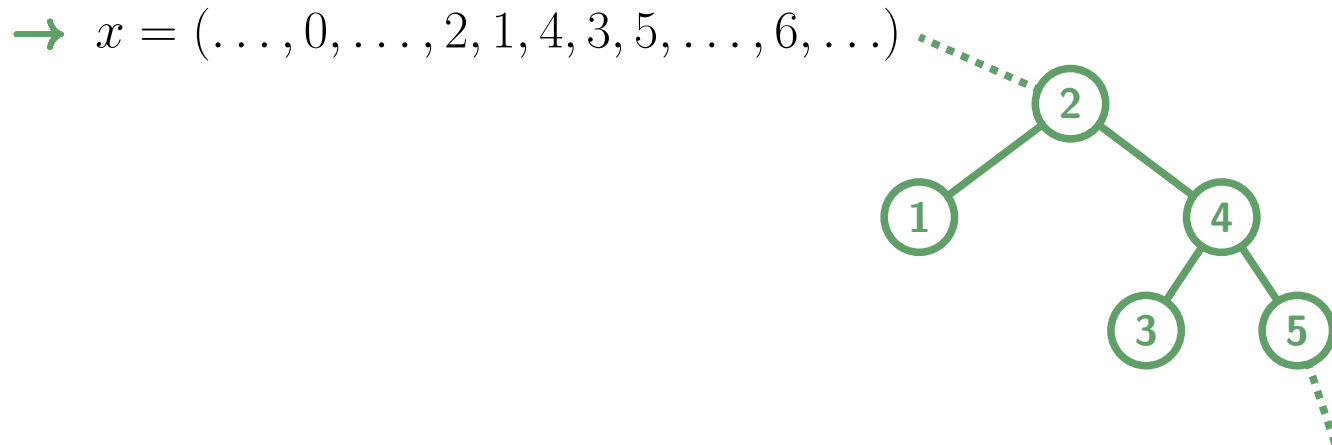
→  $x = (\dots, 0, \dots, 2, 1, 4, 3, 5, \dots, 6, \dots)$



# Arbres toujours verts

Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :

- Insers les records dans la branche de droite.
- Insers à gauche de chaque noeud les éléments entre records consécutifs dans le même ordre que la suite originale.

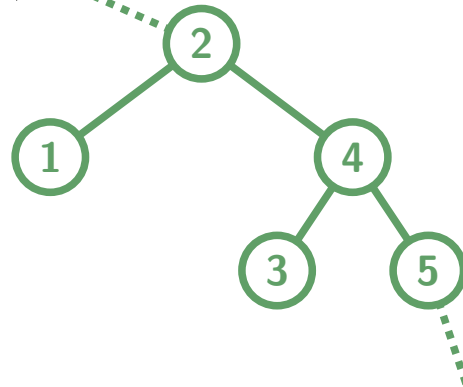


# Arbres toujours verts

Étant donné une suite d'entiers distincts  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , l'arbre binaire de recherche correspondant est construit comme suit :

- Insers les records dans la branche de droite.
- Insers à gauche de chaque noeud les éléments entre records consécutifs dans le même ordre que la suite originale.



→  $x = (\dots, 0, \dots, 2, 1, 4, 3, 5, \dots, 6, \dots)$



**Q:** Existe-t-il une méthode plus générale pour construire des arbres binaires infiniment hauts ?



# Sommaire

-  Arbres de Mallows
-  Limite locale
-  Arbres toujours verts
-  Limites d'échelle

# Limite d'échelle : espace métrique

# Limite d'échelle : espace métrique

- Prenons deux noeuds uniformément dans l'arbre.

# Limite d'échelle : espace métrique

- Prenons deux noeuds uniformément dans l'arbre.
- Considérons la distance dans l'arbre entre ces deux noeuds.



# Limite d'échelle : espace métrique

- Prenons deux noeuds uniformément dans l'arbre.
- Considérons la distance dans l'arbre entre ces deux noeuds.
- Renormalisons cette distance de manière appropriée.

# Limite d'échelle : espace métrique

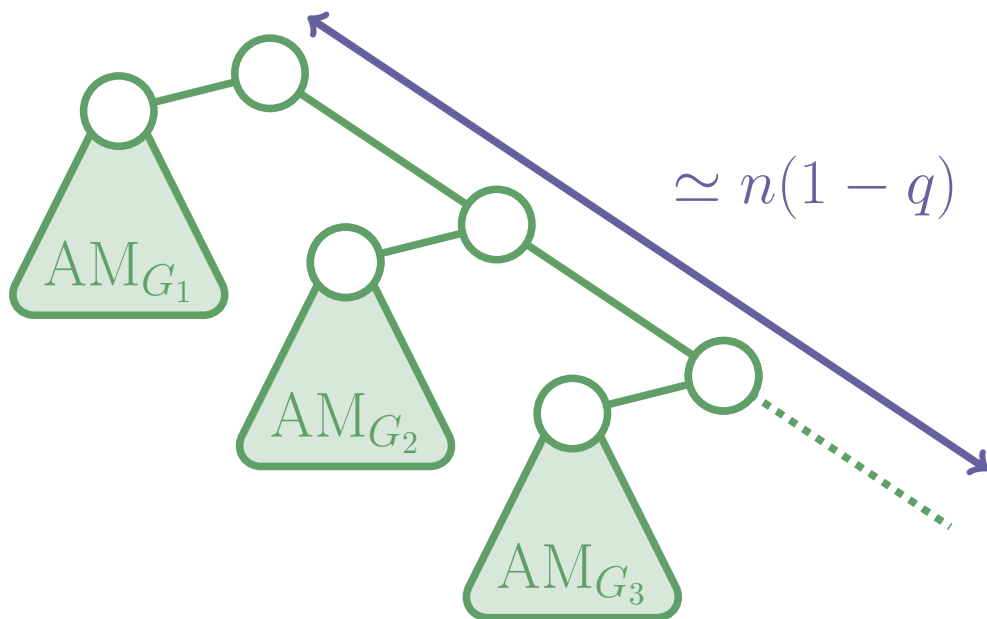
- Prenons deux noeuds uniformément dans l'arbre.
- Considérons la distance dans l'arbre entre ces deux noeuds.
- Renormalisons cette distance de manière appropriée.

**Q:** À quoi ressemble cet espace métrique lorsqu'on considère des arbres de plus en plus grand ?

# Limite d'échelle : espace métrique

- Prenons deux noeuds uniformément dans l'arbre.
- Considérons la distance dans l'arbre entre ces deux noeuds.
- Renormalisons cette distance de manière appropriée.

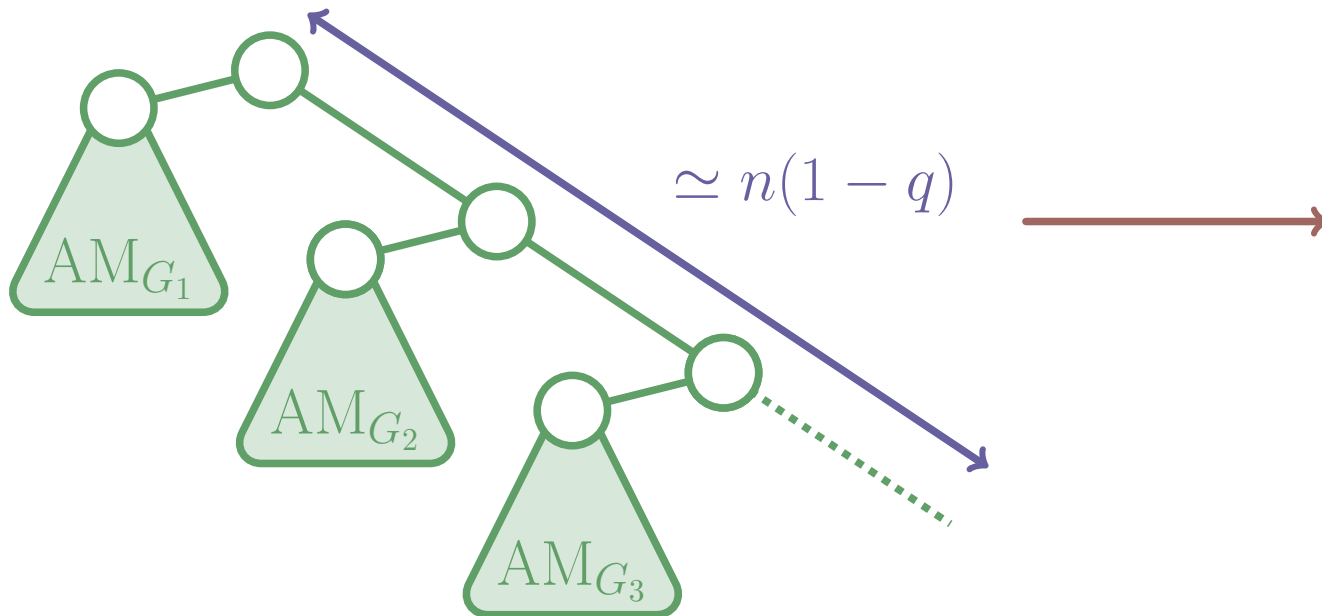
**Q:** À quoi ressemble cet espace métrique lorsqu'on considère des arbres de plus en plus grand ?



# Limite d'échelle : espace métrique

- Prenons deux noeuds uniformément dans l'arbre.
- Considérons la distance dans l'arbre entre ces deux noeuds.
- Renormalisons cette distance de manière appropriée.

**Q:** À quoi ressemble cet espace métrique lorsqu'on considère des arbres de plus en plus grand ?

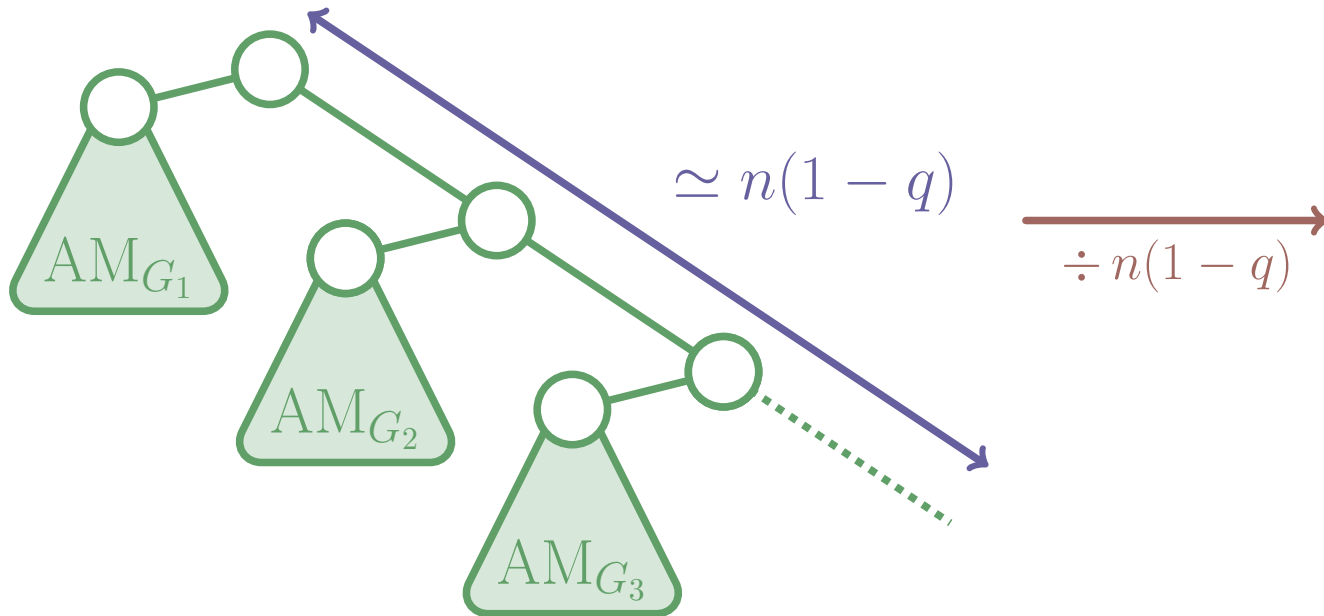




# Limite d'échelle : espace métrique

- Prenons deux noeuds uniformément dans l'arbre.
- Considérons la distance dans l'arbre entre ces deux noeuds.
- Renormalisons cette distance de manière appropriée.

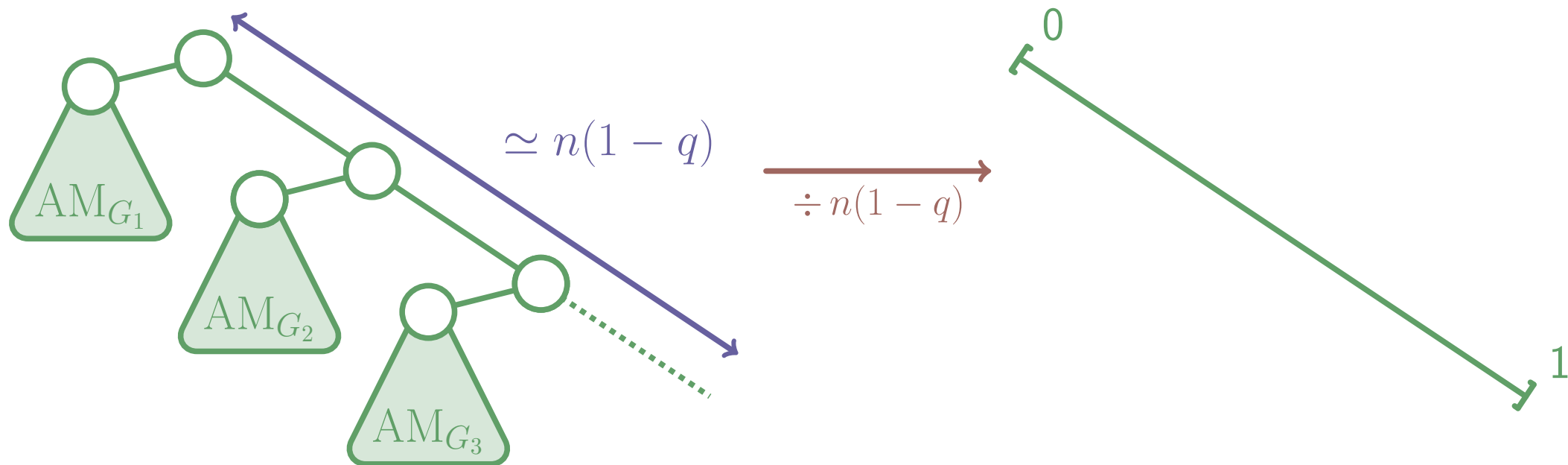
**Q:** À quoi ressemble cet espace métrique lorsqu'on considère des arbres de plus en plus grand ?



# Limite d'échelle : espace métrique

- Prenons deux noeuds uniformément dans l'arbre.
- Considérons la distance dans l'arbre entre ces deux noeuds.
- Renormalisons cette distance de manière appropriée.

Q: À quoi ressemble cet espace métrique lorsqu'on considère des arbres de plus en plus grand ?



# Limite d'échelle : fonction de contour

## Limite d'échelle : fonction de contour

- Tournons autour de l'arbre dans le sens des aiguilles d'une montre en partant de la racine.



## Limite d'échelle : fonction de contour

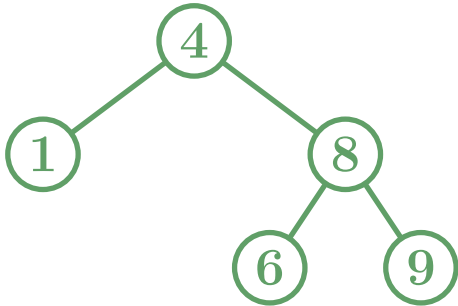
- Tournons autour de l'arbre dans le sens des aiguilles d'une montre en partant de la racine.
- Alors que nous effectuons ce tour, notons la hauteur à laquelle nous nous trouvons.

# Limite d'échelle : fonction de contour

- Tournons autour de l'arbre dans le sens des aiguilles d'une montre en partant de la racine.
- Alors que nous effectuons ce tour, notons la hauteur à laquelle nous nous trouvons.
- Renormalisons cette fonction de manière appropriée.

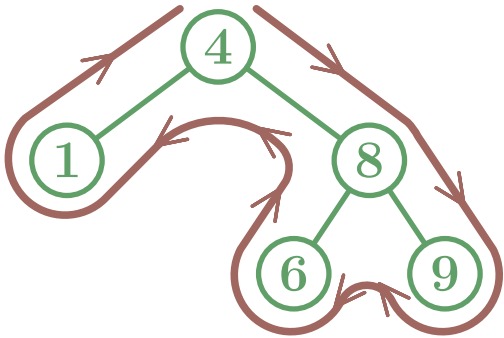
# Limite d'échelle : fonction de contour

- Tournons autour de l'arbre dans le sens des aiguilles d'une montre en partant de la racine.
- Alors que nous effectuons ce tour, notons la hauteur à laquelle nous nous trouvons.
- Renormalisons cette fonction de manière appropriée.



# Limite d'échelle : fonction de contour

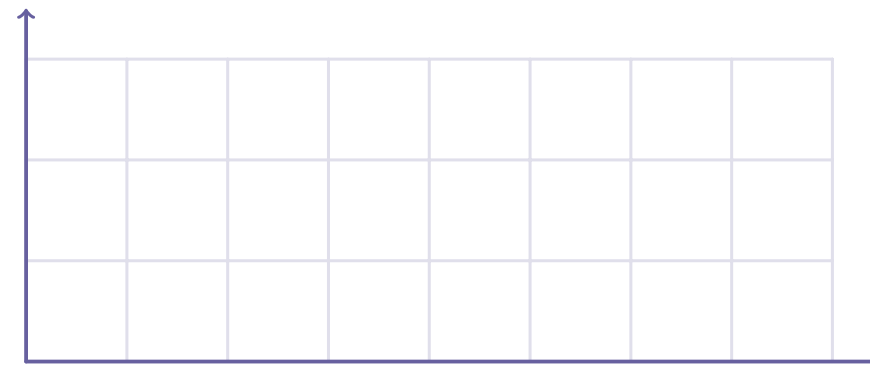
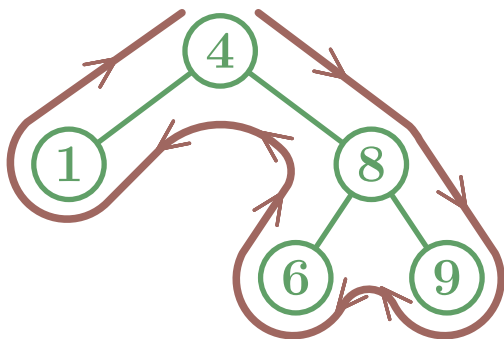
- Tournons autour de l'arbre dans le sens des aiguilles d'une montre en partant de la racine.
- Alors que nous effectuons ce tour, notons la hauteur à laquelle nous nous trouvons.
- Renormalisons cette fonction de manière appropriée.





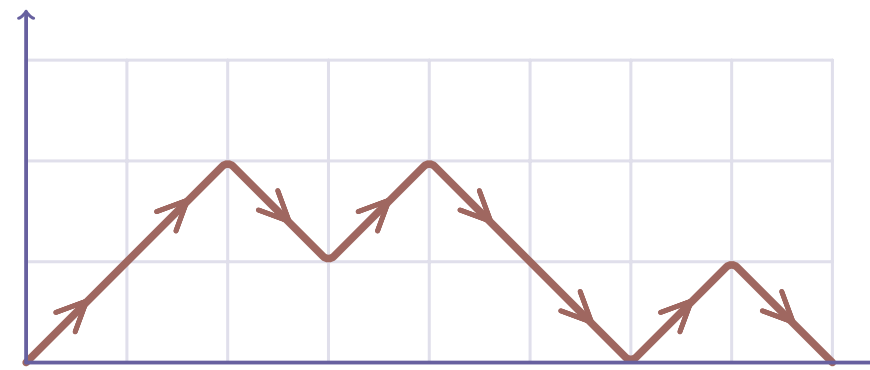
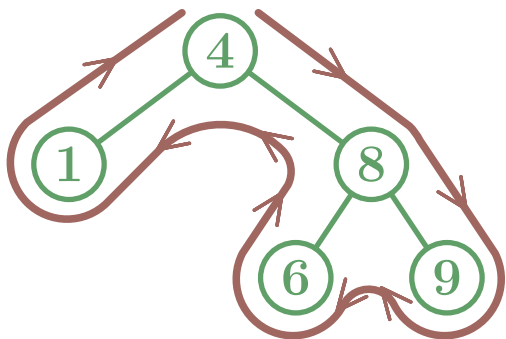
# Limite d'échelle : fonction de contour

- Tournons autour de l'arbre dans le sens des aiguilles d'une montre en partant de la racine.
- Alors que nous effectuons ce tour, notons la hauteur à laquelle nous nous trouvons.
- Renormalisons cette fonction de manière appropriée.



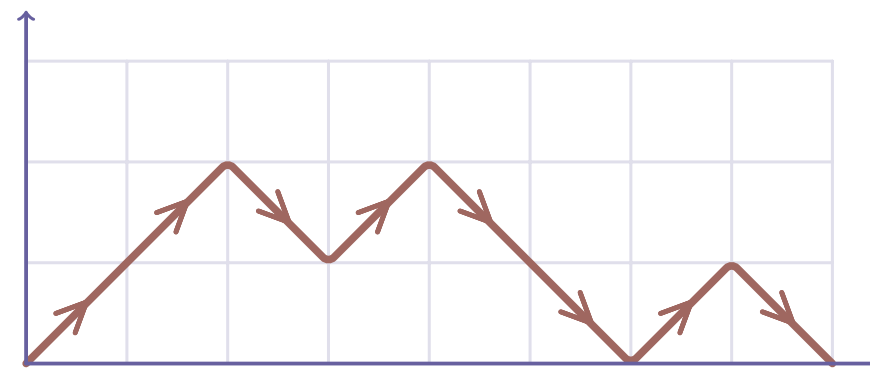
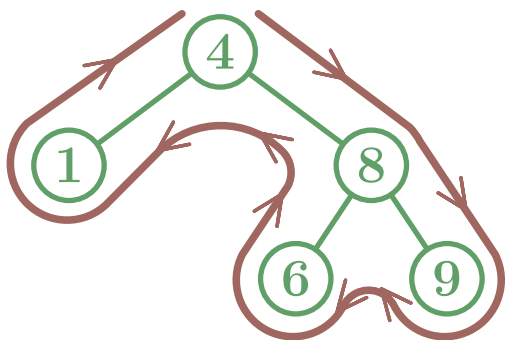
# Limite d'échelle : fonction de contour

- Tournons autour de l'arbre dans le sens des aiguilles d'une montre en partant de la racine.
- Alors que nous effectuons ce tour, notons la hauteur à laquelle nous nous trouvons.
- Renormalisons cette fonction de manière appropriée.



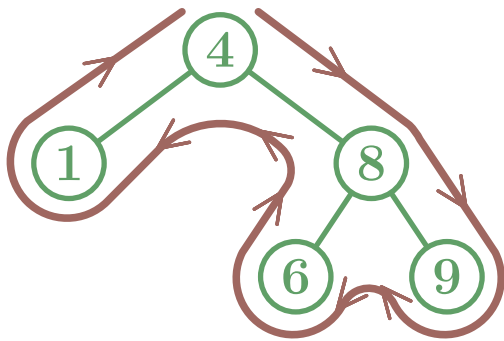
# Limite d'échelle : fonction de contour

- Tournons autour de l'arbre dans le sens des aiguilles d'une montre en partant de la racine.
- Alors que nous effectuons ce tour, notons la hauteur à laquelle nous nous trouvons.
- Renormalisons cette fonction de manière appropriée.



# Limite d'échelle : fonction de contour

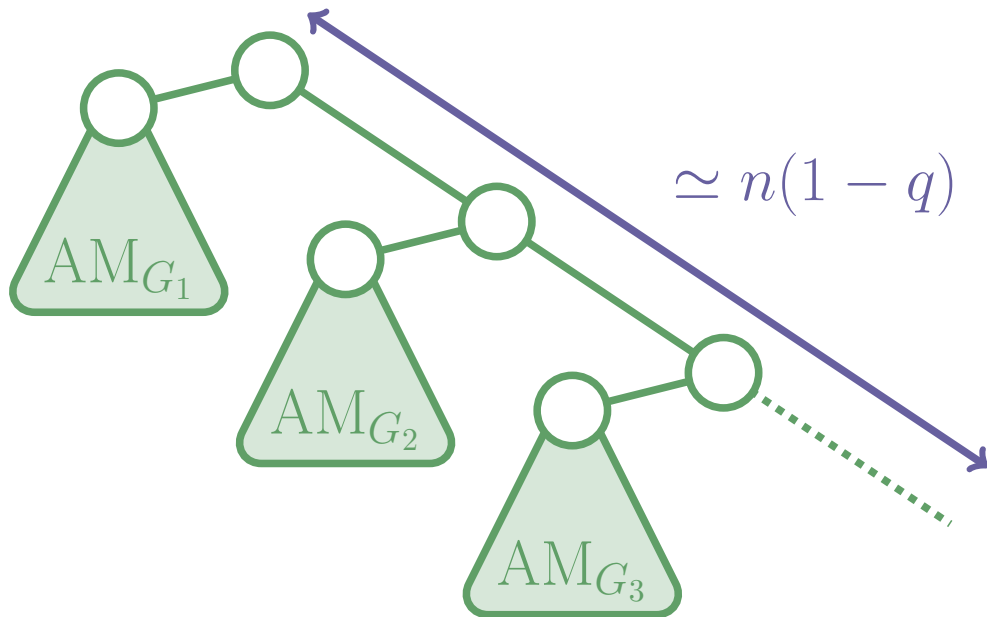
- Tournons autour de l'arbre dans le sens des aiguilles d'une montre en partant de la racine.
- Alors que nous effectuons ce tour, notons la hauteur à laquelle nous nous trouvons.
- Renormalisons cette fonction de manière appropriée.





# Limite d'échelle : fonction de contour

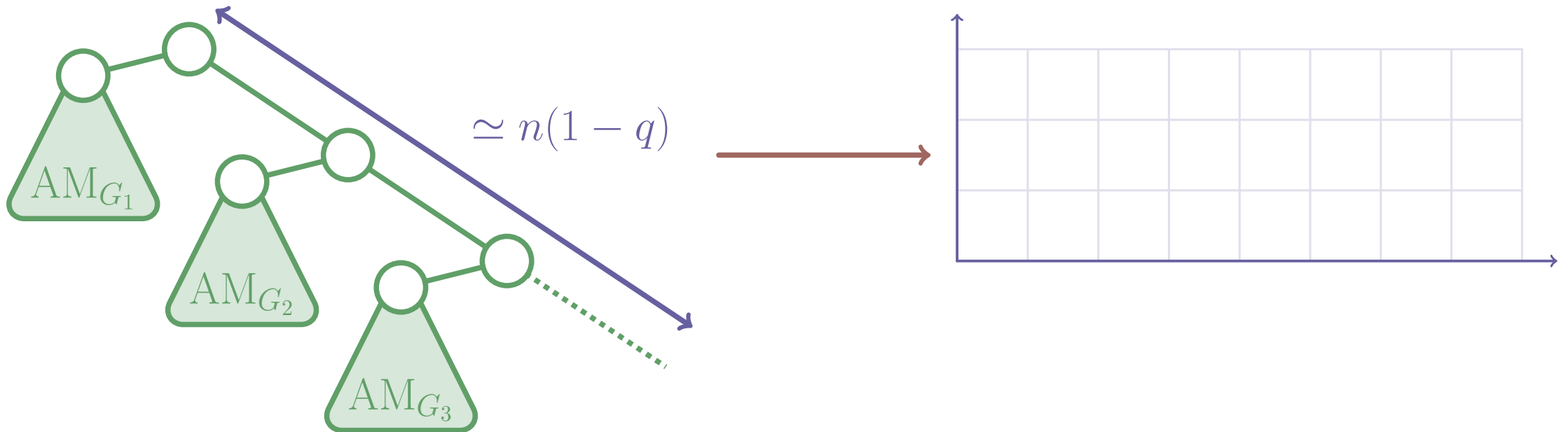
- Tournons autour de l'arbre dans le sens des aiguilles d'une montre en partant de la racine.
- Alors que nous effectuons ce tour, notons la hauteur à laquelle nous nous trouvons.
- Renormalisons cette fonction de manière appropriée.



# Limite d'échelle : fonction de contour

- Tournons autour de l'arbre dans le sens des aiguilles d'une montre en partant de la racine.
- Alors que nous effectuons ce tour, notons la hauteur à laquelle nous nous trouvons.
- Renormalisons cette fonction de manière appropriée.

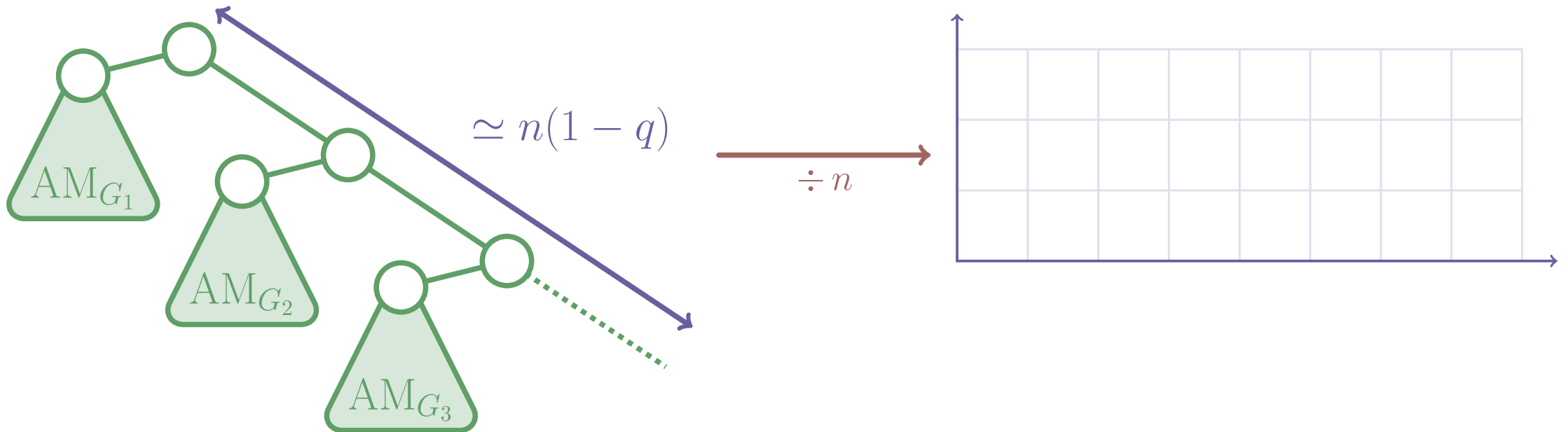
**Q:** À quoi ressemble cette fonction lorsqu'on considère des arbres de plus en plus grand ?



# Limite d'échelle : fonction de contour

- Tournons autour de l'arbre dans le sens des aiguilles d'une montre en partant de la racine.
- Alors que nous effectuons ce tour, notons la hauteur à laquelle nous nous trouvons.
- Renormalisons cette fonction de manière appropriée.

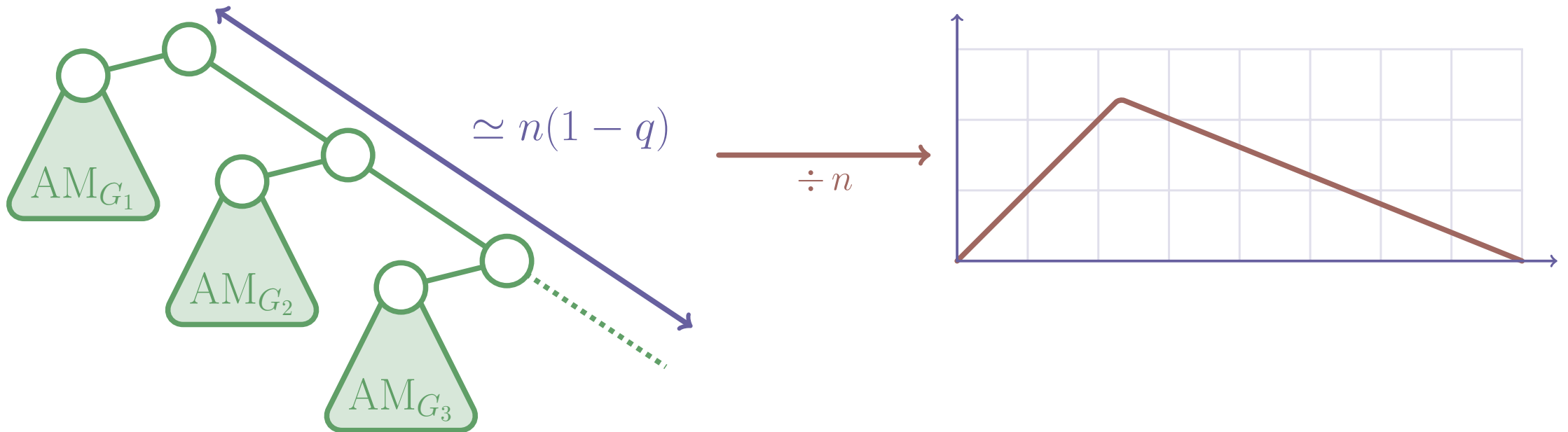
Q: À quoi ressemble cette fonction lorsqu'on considère des arbres de plus en plus grand ?



# Limite d'échelle : fonction de contour

- Tournons autour de l'arbre dans le sens des aiguilles d'une montre en partant de la racine.
- Alors que nous effectuons ce tour, notons la hauteur à laquelle nous nous trouvons.
- Renormalisons cette fonction de manière appropriée.

Q: À quoi ressemble cette fonction lorsqu'on considère des arbres de plus en plus grand ?

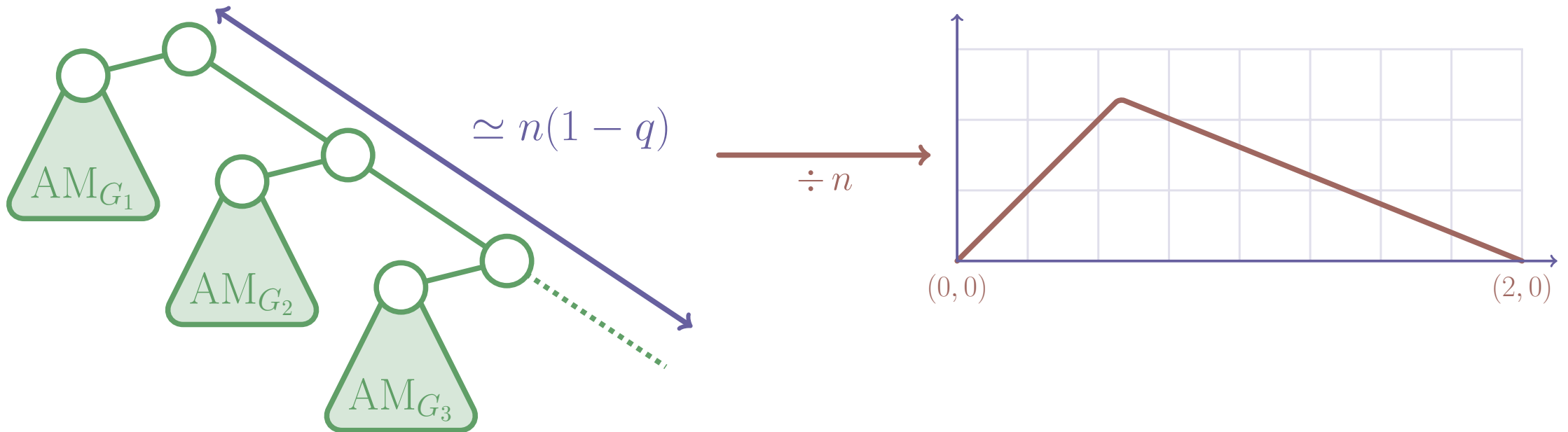




# Limite d'échelle : fonction de contour

- Tournons autour de l'arbre dans le sens des aiguilles d'une montre en partant de la racine.
- Alors que nous effectuons ce tour, notons la hauteur à laquelle nous nous trouvons.
- Renormalisons cette fonction de manière appropriée.

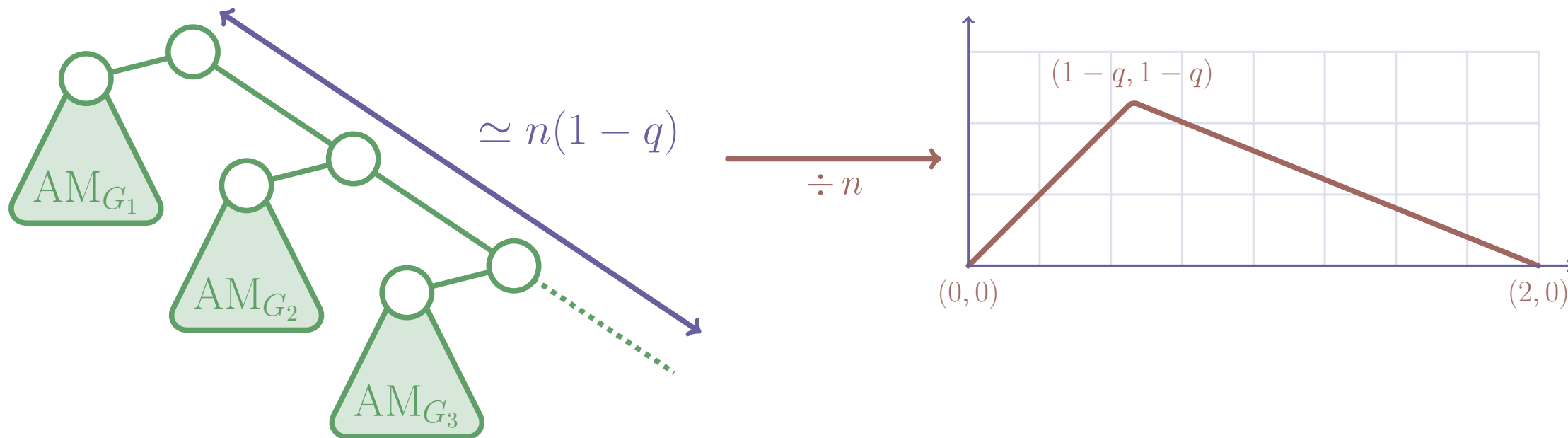
Q: À quoi ressemble cette fonction lorsqu'on considère des arbres de plus en plus grand ?



# Limite d'échelle : fonction de contour


- Tournons autour de l'arbre dans le sens des aiguilles d'une montre en partant de la racine.
- Alors que nous effectuons ce tour, notons la hauteur à laquelle nous nous trouvons.
- Renormalisons cette fonction de manière appropriée.

**Q:** À quoi ressemble cette fonction lorsqu'on considère des arbres de plus en plus grand ?



# References

- Addario-Berry, L., & Corsini, B. (2021). **The height of Mallows trees.** *The Annals of Probability*, 49(5), 2220-2271.
- Corsini, B. (2023). **Limits of Mallows trees.** *Electronic Journal of Probability*, 29(110), 1-44.
- Evans, S. N., Grübel, R., & Wakolbinger, A. (2012). **Trickle-down processes and their boundaries.** *Electron. J. Probab*, 17(1), 1-58.
- Gnedin, A., & Olshanski, G. (2012). **The two-sided infinite extension of the Mallows model for random permutations.** *Advances in Applied Mathematics*, 48(5), 615-639.
- Mallows, C. L. (1957). **Non-null ranking models. I.** *Biometrika*, 44(1/2), 114-130.

Ce projet a reçu du financement de la part du European Union's Horizon 2020 Research and Innovation Programme au travers du Marie Skłodowska-Curie Grant Agreement N. 101034253 .



Merci!

Merci!

Merci!

Merci!

Merci!  
Merci!  
Merci!  
Merci!